

Kontrolni proračun podizne platforme

Fires, Kristijan

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Bjelovar University of Applied Sciences / Veleučilište u Bjelovaru**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:144:180594>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-13**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository of Bjelovar University of Applied Sciences](#)



VELEUČILIŠTE U BJELOVARU
PREDDIPLOMSKI STRUČNI STUDIJ MEHATRONIKA

Kontrolni proračun podizne platforme

Završni rad br. 03/MEH/2018

Kristijan Fires

Bjelovar, lipanj 2018.



Veleučilište u Bjelovaru
Trg E. Kvaternika 4, Bjelovar

1. DEFINIRANJE TEME ZAVRŠNOG RADA I POVJERENSTVA

Kandidat: **Fires Kristijan**

Datum: 07.03.2018.

Matični broj: 001043

JMBAG: 0314010259

Kolegij: **ELEMENTI PRECIZNE MEHANIKE**

Naslov rada (tema): **Kontrolni proračun podizne platforme**

Područje: **Tehničke znanosti**

Polje: **Strojarstvo**

Grana: **Opće strojarstvo (konstrukcije)**

Mentor: **mr.sc. Stjepan Golubić** zvanje: **viši predavač**

Članovi Povjerenstva za ocjenjivanje i obranu završnog rada:

1. **Tomislav Pavlic, mag.ing.mech., predsjednik**
2. **mr.sc. Stjepan Golubić, mentor**
3. **Božidar Hršak, mag.ing.mech., član**

2. ZADATAK ZAVRŠNOG RADA BROJ: 03/MEH/2018

U radu je potrebno za vatrogasnu pumpu TS ULTRA POWER 4:

- opisati podiznu platformu,
- modelirati sklop i dijelove podizne platforme,
- na osnovu mase pumpe odrediti sile u elementima,
- izračunati naprezanja u kritičnim presjecima,
- provjeriti naprezanja korištenjem računalnog programa.

Zadatak uručen: 07.03.2018.

Mentor: **mr.sc. Stjepan Golubić**



Golubić Stjepanu, Doneski Dejanu, Brandeis Zdenku
i vrijednim ljudima iz VUB-a, Kobid-a d.o.o, JVP Grada Daruvara
zahvaljujem na ukazanom povjerenju, podršci i pomoći.

Riječ je o ljudima koji ne čekaju, već stvaraju prilike za uspjeh sebi i drugima.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Podizna platforma	2
2.1 Funkcija podizne platforme	4
2.2 Materijal podizne platforme	8
3. Statičko opterećenje	10
4. Naprezanja u kritičnim presjecima elemenata	13
4.1 Naprezanje u presjeku desnog nosača	13
4.2 Naprezanje u presjeku desne tračnice	22
4.3 Naprezanje u presjeku elementa ukrućenja	26
4.4 Naprezanje u presjeku lančanog držača	30
4.5 Naprezanje u presjeku zadnje grede	32
4.6 Naprezanje u presjeku svornjaka	35
4.7 Naprezanje u presjeku držača svornjaka	36
4.8 Naprezanje u presjeku prednje grede	39
4.9 Naprezanje u presjeku pojačanja i zadnje grede	43
4.10 Naprezanje u presjeku svornjaka zabrave	55
4.11 Naprezanje u presjeku graničnika na vodilici	57
4.12 Naprezanje u zavaru desnog nosača	59
4.13 Naprezanje u zavaru desne tračnice	61
4.14 Naprezanja u zavaru držača svornjaka	64
4.15 Naprezanja u zavaru desnog ukrućenja	65
4.16 Naprezanje u zavaru držača	68
4.17 Naprezanje u zavaru pojačanja	69
4.18 Naprezanje u zavaru prednje grede	71
4.19 Naprezanje u zavaru nosača vodilice	73
4.20 Provjera izračunatih naprezanja s dopuštenim naprezanjima	74
5. Provjera naprezanja korištenjem računalnog programa	78
6. ZAKLJUČAK.....	81
7. LITERATURA	82
8. OZNAKE I KRATICE.....	83
9. SAŽETAK.....	84
10. ABSTRACT	85
11. Popis slika.....	86
12. Popis tablica	88

1. Uvod

Ljudska težnja za savladavanjem prepreka je toliko jaka da uslijed neuspjeha savladavanje prepreka postaje problem. Bavljenje problemom zahtijeva stroga pravila i uvjete za uspješno savladavanje problema. Za rješavanje problema nerijetko se koriste znanstvene metode iz područja matematike, fizike i ostalih znanosti. Problem se ugrubo pojednostavljuje da odgovara zapažanjima koja su temelj pojedinih grana znanosti. Primjer zapažanja su Newton-ova zapažanja u fizici, temelj tehničke mehanike. Problem u tehničkoj praksi se rješava primjenom matematike i fizike, a značenje rješenja problema predstavlja poveznicu teorije i stvarnosti.

Cilj ovog završnog rada je prikaz rješavanja problema tehničkim pristupom. Dakle tehnički problem je prijenos vatrogasne pumpe teške 188 kg iz vatrogasnog kamiona pomoću ugrađenog dizala. Aktivni dio dizala sastoji se od tri sklopa: podizna platforma, nosač i okvir.

Zadatak završnog rada odnosi se na podiznu platformu i obuhvaća opis podizne platforme, modeliranje sklopa i dijelova podizne platforme, analizu sila na osnovu mase pumpe, izračun naprezanja u kritičnim presjecima i računalna provjera naprezanja. Analiza sila je uvod u naprezanja u kritičnim presjecima, a podrazumijeva određivanje sila u osloncima podizne platforme. Naprezanja u kritičnim presjecima u odnosu na dopuštena naprezanja materijala su pokazatelj pouzdanosti konstrukcije kod najnepovoljnijeg mogućeg opterećenja, kritičan slučaj. Računalna provjera naprezanja je konačan pokazatelj pouzdanosti konstrukcije.

2. Podizna platforma

Širenje požara se događa na različite načine što zahtijeva razna sredstva za sprječavanje i odstranjivanje požara među kojima su vatrogasna vozila. Slika 2.1 prikazuje izgled vatrogasnog vozila JVP Grada Daruvara za gašenje požara što se širi preko krova, vanjskim zidovima zgrada, zatim gašenje zapaljenih kuća, štala, štagljeva, šuma itd.



Slika 2.1 Vatrogasni kamion s rasklopivim ljestvama i vlastitim spremnikom vode

Vatrogasno vozilo ima ugrađenu pumpu za gašenje požara preko ljestava uz uvjet da crijevo usmjerava vodu ili pjenu iz pumpe kroz priključak crijeva na ljestvama kao što shematski prikazuje plava krivulja na slici 2.2.



Slika 2.2 Vatrogasna pumpa ugrađena u stražnji dio kamiona

Za posebne hitne slučajeve u manje dostupnim ulicama ili naseljima što su isključivo u blizini izvora vode kao što su prirodni izvor, bunar, jezero ili hidrant koristi se manji kamion sa prenosivom pumpom za vodu kao što prikazuju slike 2.3 i 2.4.



Slika 2.3 Vatrogasni kamion IVECO DAILY 70C 17D PIAS 4x4 [1]



Slika 2.4 Prenosiva vatrogasna pumpa ULTRA POWER 4 u sastavu opreme kamiona [1]

2.1 Funkcija podizne platforme

Podizna platforma je jedan od tri aktivna sklopa za prijenos vatrogasne pumpe iz vatrogasnog kamiona na tlo uz kamion kao na slici 2.5.



Slika 2.5 Pumpa i podizna platforma na tlu [2]

Okvir je pričvršćen u unutrašnjosti vatrogasnog kamiona. Na okviru se nalaze nosač i podizna platforma. Nosač je povezan s podiznom platformom pomoću vertikalnih vodilica i lanca. Nosač gura podiznu platformu po horizontalnim vodilicama iz kamiona. Zatim spušta podiznu platformu na tlo pneumatskim mehanizmom za namatanje lanca na čemu visi podizna platforma kao na slici 2.6. Podizna platforma klizi na dva para vertikalnih vodilica od kojih je jedan par u kućištu nosača, a drugi klizi zajedno s podiznom platformom.



Slika 2.6 Pumpa i podizna platforma na tlu [2]

Slika 2.7 prikazuje sklopljeno dizalo s pumpom na podlozi kao u vatrogasnom kamionu.



Slika 2.7 Dizalo s pumpom na podlozi za isprobavanje [2]

Na slici 2.8 prikazana je ručka na podiznoj platformi za ručno izvlačenje i prikazane su čelične cijevi što se provlače kroz podiznu platformu radi spuštanja na tlo pri kvaru pogonskih uređaja.



Slika 2.8 Dizalo bez pumpe na stalku za isprobavanje [2]

Podizna platforma je zavareni sklop sastavljen od savijanih čeličnih limova debljine od 3 do 5 mm, čeličnih profila i ostalih čeličnih poluproizvoda kao što su svornjaci, opruge i manji poluproizvodi debljine od 12 do 16 mm. Na temelju radioničke dokumentacije iz

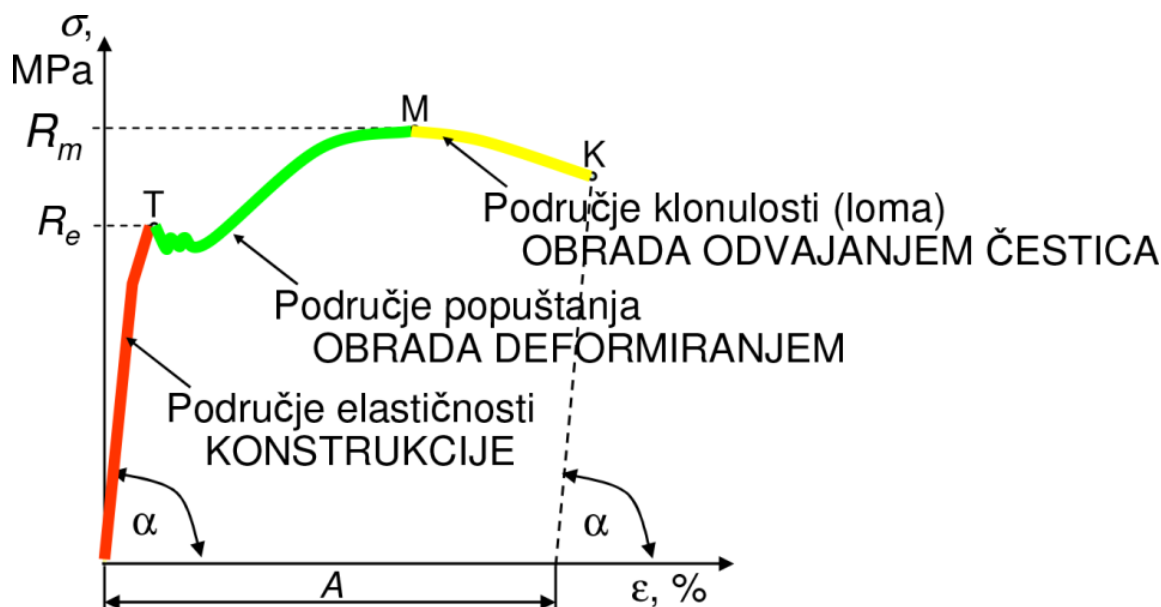
tvrtke Kobid d.o.o izrađen je foto realistični prikaz podizne platforme od limova u zavarenoj izvedbi i prikazan je na slici 2.9.



Slika 2.9 Foto realistični prikaz podizne platforme

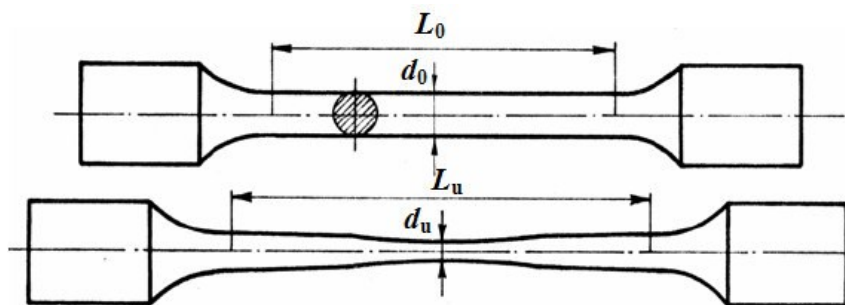
2.2 Materijal podizne platforme

Materijal podizne platforme je čelik oznake $\check{C}0361$ prema HRN normi, odnosno $S235JR$ prema euro normi EN 10025. Ovaj čelik je pogodan za zavarivanje taljenjem materijala na mjestu utjecaja topline postupcima zavarivanja kao što su REL, MIG, MAG, WIG, EPP, itd. Oznaka $\check{C}0361$ prema HRN normi predstavlja zapis materijala što znači da se radi o čeliku (slovo \check{C}), konstrukcijski čelik ne garantiranog kemijskog sastava (prva znamenka 0), zajamčene čvrstoće (druga znamenka 3) i pogodan za zavarivanje (zadnje dvije znamenke 61). Oznaka $S235JR$ prema euro normi predstavlja zapis materijala što znači da se radi o konstrukcijskom čeliku (eng. *Structural steel*) (slovo S), granice razvlačenja (tečenja) R_e iznosa 235 MPa (znamenke 235) i zajamčene žilavosti. Žilavost konstrukcijskog čelika se ispituje na Charpyjevu batu na ispitnom uzorku dimenzija 10x10x55 mm s V zarezom (slova JR). Granica razvlačenja predstavlja prijelaz iz područja elastičnosti u područje trajnih deformacija, daljnjim povećanjem naprezanja materijala slijedi lom. Statičkim vlačnim pokusom se ispituje čvrstoća ispitnog uzorka određenog materijala uz stalno povećanje vlačne sile do puknuća ispitnog uzorka. Slika 2.10 predstavlja slikovni zapis sa statičkog vlačnog pokusa iz čega se vidi ovisnost naprezanja materijala, u presjeku nepromijenjenog promjera, o produljenju ispitnog uzorka.



Slika 2.10 Konvencionalni dijagram statičkog vlačnog pokusa ($\sigma - \varepsilon$ dijagram) [3]

Na slici se jasno vidi granica tečenja R_e što kod materijala oznake $S235JR$ iznosi 235 MPa. Slika 2.11 shematski prikazuje izgled ispitnog uzorka prije i tijekom statičkog vlačnog pokusa.



Slika 2.11 Ispitni uzorak prije i tijekom statičkog vlačnog pokusa [3]

Naprezanja su posljedica djelovanja opterećenja na materijal. Naprezanja mogu biti:

- vlak
- tlak
- uvijanje
- odrez.

Jedan od postupaka određivanja dopuštenih naprezanja je korištenje broja zvanog faktor sigurnosti v . Tablica 2.1 prikazuje dopuštena naprezanja različitih vrsta materijala uz korištenje faktora sigurnosti.

Tablica 2.1 Dopuštena naprezanja materijala [4]

Materijal		Vlak	Tlak $\sigma_{tdop} \approx$	Savijanje $\sigma_{sdop} \approx$	Torzija $\tau_{tdop} \approx$	Smicanje $\tau_{sdop} \approx$
Žilav	Čelik, čelični ljev, Cu-slitine	$\sigma_{dop} \approx R_e/v$ ili	σ_{dop}	σ_{dop}	$0,65 \cdot \sigma_{dop}$	$0,8 \cdot \sigma_{dop}$
	Al, Al-slitine	$\sigma_{dop} \approx R_{p0,2}/v$	$1,2 \cdot \sigma_{dop}$	σ_{dop}	$0,7 \cdot \sigma_{dop}$	$0,8 \cdot \sigma_{dop}$
Krhak	Sivi ljev	$\sigma_{dop} \approx R_m/v$	$2,5 \cdot \sigma_{dop}$	σ_{dop}	-	$1,2 \cdot \sigma_{dop}$
	BTeL		$1,5 \cdot \sigma_{dop}$	σ_{dop}	-	$1,2 \cdot \sigma_{dop}$
	CTeL		$2 \cdot \sigma_{dop}$	σ_{dop}	-	$1,2 \cdot \sigma_{dop}$

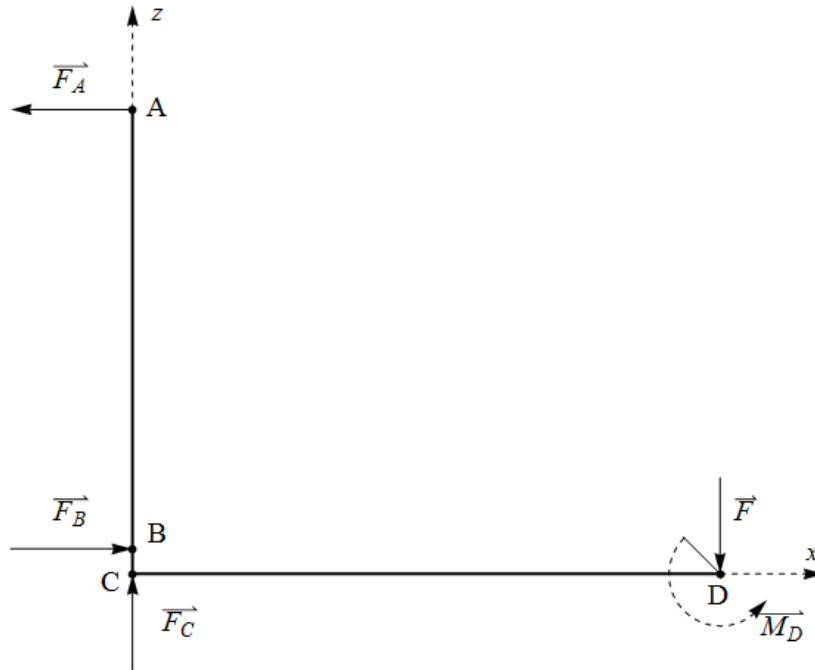
Više o izračunu dopuštenih naprezanja u potpoglavlju 4.21.

3. Statičko opterećenje

Statika je prvi dio tehničke mehanike, koristi se za opisivanje međusobnog utjecaja idealno krutih tijela u ravnoteži bez obzira na uzrok međusobnog djelovanja jednog tijela na drugo. U statici se međusobno djelovanje idealno krutih tijela opisuje vektorskim veličinama: silama i položajem sila u ravnini ili prostoru obzirom na odabrani koordinatni sustav. Dvije sile suprotnog smjera, istog iznosa, na razmaknutim usporednim pravcima čine spreg sila. Spreg sila teži zakrenuti tijelo oko osi okomite na ravninu u kojoj se nalaze sile, zatim iste osi na jednakoj udaljenosti od hvatišta tih dvaju sila. Vektorskim produktom sile i najkraće udaljenosti od moguće osi zakretanja do pravca sile se dobiva matematički izraz težnje za vrtnjom. U tehničkoj mehanici što se naziva statički moment sprega sila oko moguće osi zakreta, ili kraće moment. Prvi Newtonov aksiom¹ glasi: Idealno kruto tijelo je u stanju ravnoteže ako miruje ili se giba jednoliko pravocrtno dok sila što djeluje na to tijelo ne promjeni to stanje. Drugi Newtonov aksiom glasi: Promjena brzine proporcionalna je sili što djeluje na idealno kruto tijelo mase m , uz uvjet da su sila i ubrzanje jednake orijentacije i smjera, a različitog iznosa. Treći Newtonov aksiom: Dva tijela djeluju uvijek uzajamno, jedno na drugo, silama što su po veličini jednake, ali suprotnog smjera. Prvi Newtonov aksiom opisuje uvjet ravnoteže u statici, treći zadaje pravilo za oslobađanje tijela veze čime se stavlja važnost na utjecaj sila okolnih tijela na promatrano tijelo. Drugi Newtonov aksiom vrijedi za tijelo u neravnoteži što nije područje statike već kinematike i kinetike. Statički problemi se rješavaju grafičkim, analitičkim ili grafo-analitičnim putem. Grafičko rješavanje se svodi na izradu plana sila iz položaja poznatih sila i popunjavanje položaja sila rezultatima iz plana sila radi konačnog zaključka o značenju rješenja. Analitičko rješavanje kreće od skice položaja sila, zatim se značenje skice zapisuje matematički, rješava analitički i rezultate se opisuje artikuliranim jezikom usmeno ili pismeno radi konačnog zaključka o značenju rješenja. Grafo-analitičko rješavanje se svodi na grafičko rješavanje uz pomoć analitičkog postupka. Statički određen slučaj se nalazi u okviru matematičke rješivosti što znači da broj nepoznatih i poznatih sila u ravnini (vektora) u bilo kojem sjecištu pravaca vektora ne prijelazi omjer 2:1 obzirom na položaj sila, u analitičkom rješavanju broj nepoznanica i jednadžbi ne prijelazi omjer 1:1, a u grafo-analitičkom rješavanju vrijede oba uvjeta. Statički kritični slučaj je pretpostavka o najnepovoljnijoj mogućoj raspodjeli sila što opterećuju neku konstrukciju. Statički određen

¹ Aksiom je tvrdnja bez dokaza što se uzima u obzir kao istina.

kritični slučaj je sjedinjenje statički određenog i kritičnog slučaja. Slika 3.1 prikazuje položaj sila u kritičnom slučaju.



Slika 3.1 Položaj sila i momenta vezanih za statički proračun

Rješavanje statičkog problema analitičkim putem prikazuju jednadžbe u nastavku.

Poznate veličine:

- udaljenosti hvatišta sila između točaka A , B , C i D :

$$|CB| = 48 \text{ mm}, |BA| = 842 \text{ mm}, |CD| = 1126,8 \text{ mm}$$

- sila jednog od dva uzdužno simetrična oslonca pumpe

$$F = \frac{m}{2} * g = \frac{188}{2} * 9,8066 = 94 * 9,8066 = 921,82 \text{ N}$$

Gdje je: F – sila jednog oslonca pumpe, m masa pumpe i g gravitacijsko ubrzanje.

Uvjeti ravnoteže:

$$\sum F_x = 0; \sum F_z = 0; \sum M_D = 0;$$

Gdje su:

- F_x sile na osi x
- F_z sile na osi z
- M_D moment u točki D .

Jednadžbe iz uvjeta ravnoteže prema položaju sila i momenta M_D :

$$F_B - F_A = 0 \tag{4.1}$$

$$F_C - F = 0 \tag{4.2}$$

$$F_B * |CB| + F_C * |CD| - F_A * |CA| = 0 \quad (4.3)$$

Gdje je:

- F_A – sila u osloncu A
- F_B – sila u osloncu B
- F_C – sila u osloncu C

Izravno iz (4.2):

$$F_C = F = 921,82 \text{ N}$$

Iz (4.1, 4.2) u (4.3):

$$F_B = F \frac{|CD|}{|BA|} = 921,82 * \frac{1126,8}{842} = 1232,74 \text{ N}$$

Izravno iz (4.1):

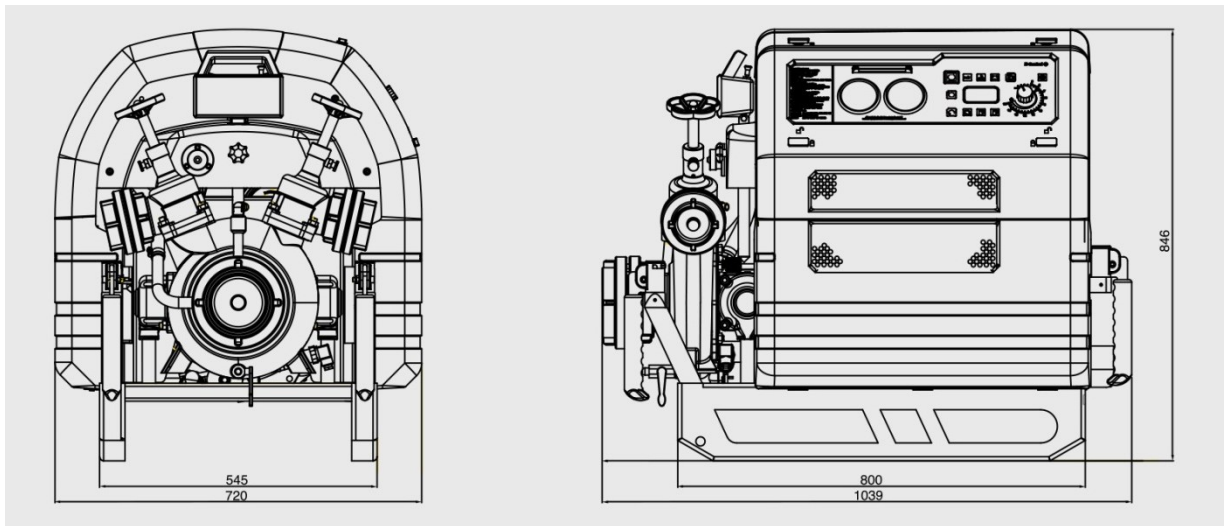
$$F_A = F_B = 1232,74 \text{ N}$$

4. Naprezanja u kritičnim presjecima elemenata

Većina dijelova podizne platforme je značajnije napregnuta pod statičkim djelovanjem težine pumpe, što znači da je riječ o nosivim elementima ili nosačima. Kontrolni proračun statički opterećenog nosača obuhvaća korake za izračunavanje naprezanja u kritičnom presjeku i usporedbu s dopuštenim naprežanjem materijala od kojeg se sastoji nosač. Kritični presjek je geometrijski lik u ravnini okomitoj na uzdužnu os nosača na mjestu gdje se očekuju najveća naprezanja obzirom na uzdužnu os nosača.

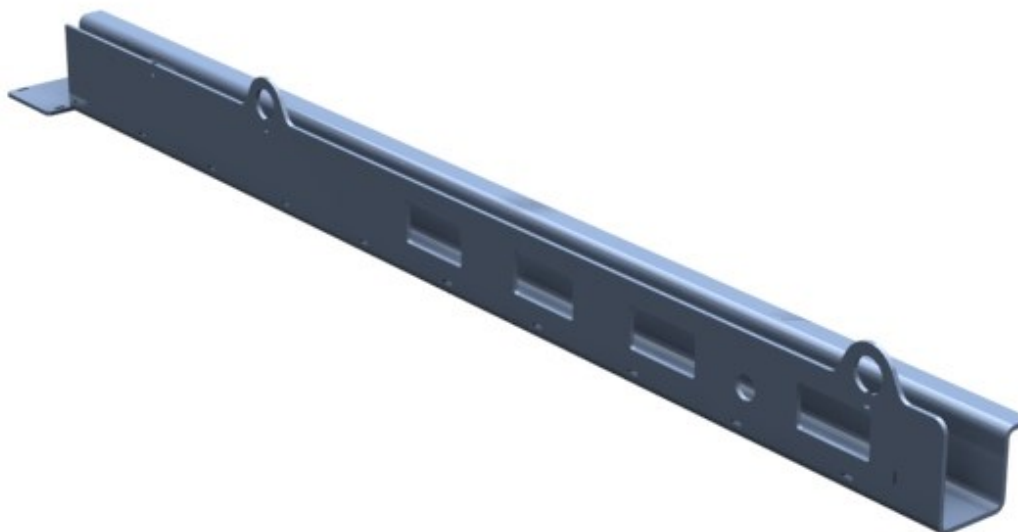
4.1 Naprežanje u presjeku desnog nosača

Vatrogasna pumpa TS ULTRA POWER 4 ima vlastito podnožje dugačko 800 mm i široko 545 mm s dva uzdužna oslonca, kao na slici 4.1.

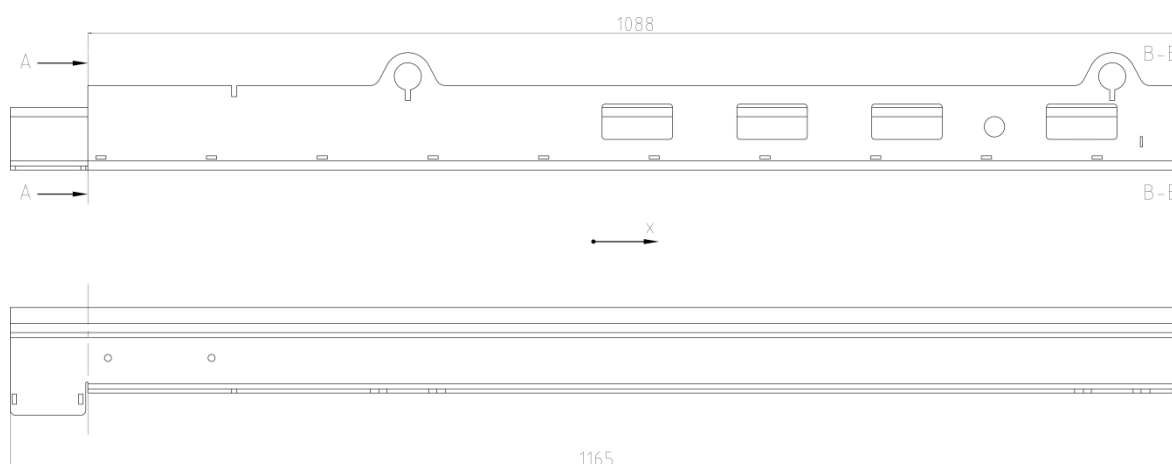


Slika 4.1 Nacrt vatrogasne pumpe ULTRA POWER 4 [5]

Svaki oslonac podnožja pumpe, lijevi i desni, ima vlastiti nosač podizne platforme koji pritišće silom raspoređenom po površini međusobnog dodira oslonca i nosača. Površina dodira se nalazi uzdužno na sredini nosača prikazanog na slici 4.3 na dnu utora kao na slici 4.4, labavi dosjed. Kritično opterećenje, opterećenje koje djeluje na mjestu djelovanja sile ili na mjestu promjene poprečnog presjeka. Na primjeru desnog nosača kritičan slučaj je sila koncentrirana u ravnini *B-B* usmjerene vertikalno prema dolje što se vidi u nacrtu sa slike 4.3. Pogled *A-A* (slika 4.4) predstavlja kritičan presjek u ravnini uklještenja uzrokovanog konzolnim zavarom. Naprezanja nosača u kritičnom presjeku, za poznati kritični slučaj, su vlačna u gornjem dijelu i tlačna u donjem dijelu presjeka. Najveća naprezanja su u najudaljenijim mjestima presjeka od osi *y* kroz težište kritičnog presjeka. Slika 4.2 prikazuje foto realistični prikaz desnog nosača.

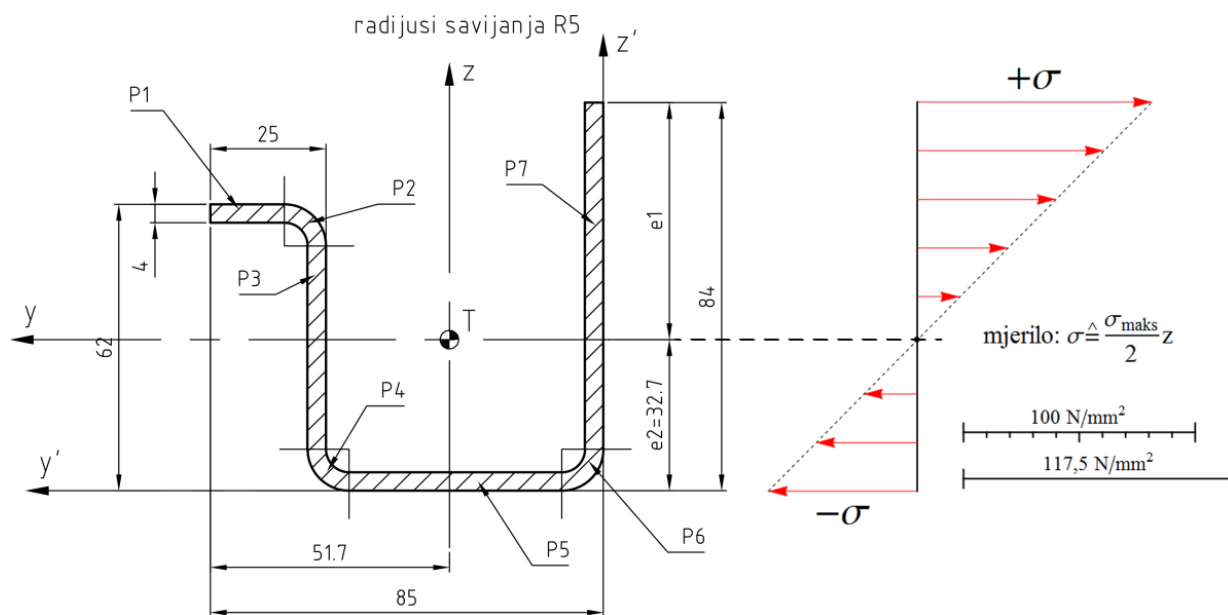


Slika 4.2 Foto realistični prikaz desnog nosača



Slika 4.3 Skica desnog nosača

Određivanje naprezanja kritičnog presjeka uključuje: određivanje težišta kritičnog presjeka, izračun momenta tromosti kritičnog presjeka oko osi y kroz težište istog presjeka, određivanje momenta otpora i prosječnih naprezanja u kritičnom presjeku obzirom na poznate veličine. Presjek desnog nosača je složeni presjek sastavljen od osnovnih presjeka, geometrijskih likova: pravokutnik i isječak kružnog vijenaca. Osnovni presjeci na slici 4.4 su označeni slovom P i indeksom slova od 1 do 7.



Slika 4.4 Kritični presjek desnog nosača i prosječna naprezanja

Površina kritičnog presjeka je jednaka zbroju površina poprečnog presjeka izračunatih prema izrazima za površinu kvadra (4.1) i površinu isječka kružnog vijenca (4.2).

$$P = b * h \quad (4.1)$$

Gdje je: b širina pravokutnika i h visina pravokutnika.

$$P = \frac{\pi(R^2 - r^2)\alpha}{360^\circ} \quad (4.2)$$

Gdje: r predstavlja unutarnji polumjer isječka kružnog vijenca u mm (radijus savijanja), R predstavlja vanjski polumjer kružnog vijenca u mm i kut α predstavlja kut odsječka kružnog vijenca u stupnjevima (kut savijanja limova; najčešće 90°). Iznosi površina osnovnih presjeka sa slike 4.4 se nalaze u tablici 4.1.

Tablica 4.1 površine i koordinate težišta presjeka desnog nosača

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]	koordinate osi y' y' [mm]	koordinate osi z' z' [mm]
P_1, y_1', z_1'	64,0	60	77
P_2, y_2', z_2'	22,0	58	64
P_3, y_3', z_3'	176	36	62
P_4, y_4', z_4'	22,0	4,4	60
P_5, y_5', z_5'	184	2,0	39
P_6, y_6', z_6'	22,0	4,4	4,4
P_7, y_7', z_7'	300	47	2,0

Koordinate težišta osnovnih geometrijskih likova u tablici 4.1 su udaljenosti od početnih koordinatnih osi y' i z' pravokutnog koordinatnog sustava sa slike 4.4. Koordinate težišta na osi y' su udaljenosti težišta osnovnih geometrijskih likova od osi z' i obrnuto. Računaju se prema jednadžbama (4.3, 4.4, 4.5, 4.6) iz [6,7] do granice koja omeđuje osnovni geometrijski lik i najbliža je koordinatnoj osi, zatim se pribraja udaljenost te granice do koordinatne osi. Primjer određivanja koordinata težišta pravokutnika površine P_1 na osi y' je izraz (4.3) i na osi z' je (4.4).

$$y_1' = \frac{h}{2} + l_{1y'} = \frac{4}{2} + (62 - 4) = 60 \text{ mm} \quad (4.3)$$

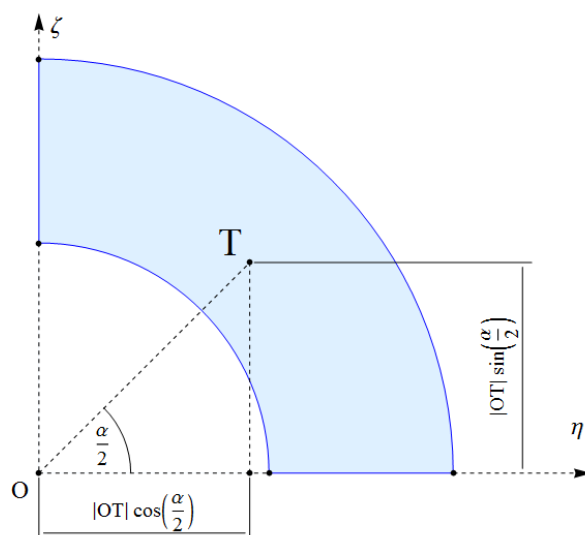
$$z_1' = \frac{b}{2} + l_{1z'} = \frac{25 - 9}{2} + (85 - 25 + 9) = 77 \text{ mm} \quad (4.4)$$

Primjeri određivanja koordinata težišta isječka kružnog vijenca površine P_2 na osi y' je izraz (4.5) i na osi z' je (4.6).

$$\begin{aligned} y_2' &= l_{2y'} - |OT| * \cos \frac{\alpha}{2} = l_{2y'} - \frac{4(R^3 - r^3) \sin \frac{\alpha}{2}}{3(R^2 - r^2)\alpha} * \cos \frac{\alpha}{2} \\ &= 85 - 25 + 9 - \frac{4 * (9^3 - 5^3) \sin \frac{\pi}{4}}{3 * (9^2 - 5^2) * \frac{\pi}{2}} * \cos \frac{\pi}{4} = 64,4 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} z_2' &= |OT| * \sin \frac{\alpha}{2} + l_{2z'} = \frac{4(R^3 - r^3) \sin \frac{\alpha}{2}}{3(R^2 - r^2)\alpha} * \sin \frac{\alpha}{2} + l_{2z'} \\ &= \frac{4 * (9^3 - 5^3) \sin \frac{\pi}{4}}{3 * (9^2 - 5^2) * \frac{\pi}{2}} * \sin \frac{\pi}{4} + (62 - 9) = 57,6 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Gdje je: $|OT|$ udaljenost težišta križnog vijenca od središta kružnog vijenca, α kut isječka kružnog vijenca, $l_{2z'}$ udaljenost pomoćne osi η od osi y , R vanjski radijus isječka kružnog vijenca i r unutarnji radijus isječka kružnog vijenca. Za slučaj kuta isječka kružnog vijenca jednakog $\pi/2$, pravac koji prolazi kroz točke središta isječka kružnog vijenca O i težišta isječka kružnog vijenca T je ujedno i pravac simetrije isječka kružnog vijenca, s toga vrijedi kut projekcije na osi pravokutnog koordinatnog sustava upola manji od kuta isječka. Slika 4.5 je prikaz isječka kružnog vijenca s označenim ishodištem u točki O i težištem u točki T .



Slika 4.5 Projekcije udaljenosti težišta isječka kružnog vijenca od središta

Težište kritičnog presjeka nosača u odnosu na pojedinu os, z' ili y' , je jednako algebarskoj sumi svakog umnoška površine osnovnog lika i koordinate tog lika na istoj osi, zatim se suma dijeli s algebarskom sumom površina svih osnovnih likova. Koordinate težišta kritičnog presjeka desnog nosača se računaju prema izrazima (4.7, 4.8) uvrštavanjem podataka iz tablice 4.1.

$$y' = \frac{\sum_{i=1}^7 P_i * y_i'}{\sum_{i=1}^7 P_i} = \frac{P_1 * y_1' + P_2 * y_2' + \dots + P_7 * y_7'}{P_1 + P_2 + \dots + P_7} = 32,7 \text{ mm} \quad (4.7)$$

$$z' = \frac{\sum_{i=1}^7 P_i * z_i'}{\sum_{i=1}^7 P_i} = \frac{P_1 * z_1' + P_2 * z_2' + \dots + P_7 * z_7'}{P_1 + P_2 + \dots + P_7} = 33,3 \text{ mm} \quad (4.8)$$

Moment tromosti je fizikalna veličina kojom se opisuje težnja točke, površine ili tijela za očuvanjem vlastitih relativnih geometrijskih karakteristika, očuvanjem položaja svih točaka koje čine površinu ili tijelo u teoriji. Opći izraz (4.9) odnosi se na izračunavanje momenta tromosti presjeka oko osi y . Os y je ujedno i os u kojoj djeluje statički moment uzrokovan koncentriranom silom u presjeku $B-B$. Izraz (4.9) potječe iz literature [8].

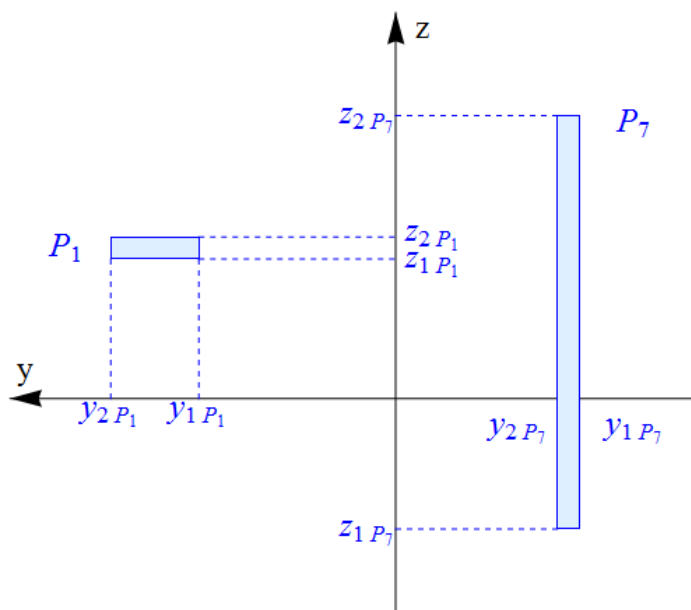
$$I_y = \int_P z^2 dP \quad (4.9)$$

Dakle moment tromosti je integralna fizikalna veličina koja za svaku elementarnu površinu dP i kvadrat udaljenosti iste elementarne površine od osi y u smjeru osi z daje apsolutan iznos kao pokazatelj težnje za očuvanjem mirovanja promatranog presjeka pri djelovanju momenta u osi y . Površina je druga dimenzija u odnosu na duljinu, a izražava se umnoškom dvaju duljina u pravokutnom koordinatnom sustavu ili duljine i kuta u

polarnom koordinatnom sustavu. Za pravokutni koordinatni sustav u kritičnom presjeku desnog nosača vrijedi izraz (4.10), prema literaturi [8].

$$P = y * z \quad (4.10)$$

Širi matematički zapis za izračun momenta tromosti bilo kojeg pravokutnika u kritičnom presjeku oko osi y obzirom na opći izraz (4.9) zadržava početnu vrijednost, kvadrat udaljenosti elementarne površine dP od osi momenta tromosti. Prema [8] širi zapis sadrži raspisane granice u odnosu na osi integriranja z i y . Kod pravokutnika granice čine četiri pravca, svaki pravac je usporedan s još jednim pravcem i okomit na preostala dva pravca. Specijalni slučaj je kada je svaki par usporednih pravaca usporedan i s jednom od osi pravokutnog koordinatnog sustava uvažavajući međusobne odnose, što znači da je koeficijent nagiba tih pravaca jednak nuli obzirom na os koju isjeku. U takvim uvjetima konstantne granice integriranja su udaljenost pravaca i usporedne osi, granica se bilježi na osi okomitoj na pravac i drugu os pravokutnog koordinatnog sustava. Slika 4.6 prikazuje primjer granica integriranja za površine pravokutnika P_1 i P_7 , isto vrijedi za pravokutnike P_3 i P_5 .



Slika 4.6 Granice integriranja površina P1 i P7

Izraz (4.11) prikazuje širi matematički zapis za izračun momenta tromosti bilo kojeg pravokutnika u kritičnom presjeku oko osi y , postupak integriranja i rješenje integrala.

$$I_{yn} = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} z^2 dz dy = \int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{z^3}{3} \right]_{z_1}^{z_2} dy = \frac{z_2^3 - z_1^3}{3} \int_{y_1}^{y_2} dy = \frac{z_2^3 - z_1^3}{3} * [y]_{y_1}^{y_2} \quad (4.11)$$

$$= \frac{z_2^3 - z_1^3}{3} * (y_2 - y_1)$$

Primjena rješenja integrala iz (4.11) za izračun momenta tromosti pravokutnika površine P_1 , P_3 , P_5 i P_7 . prikazuju izrazi (4.12, 4.13, 4.14, 4.15).

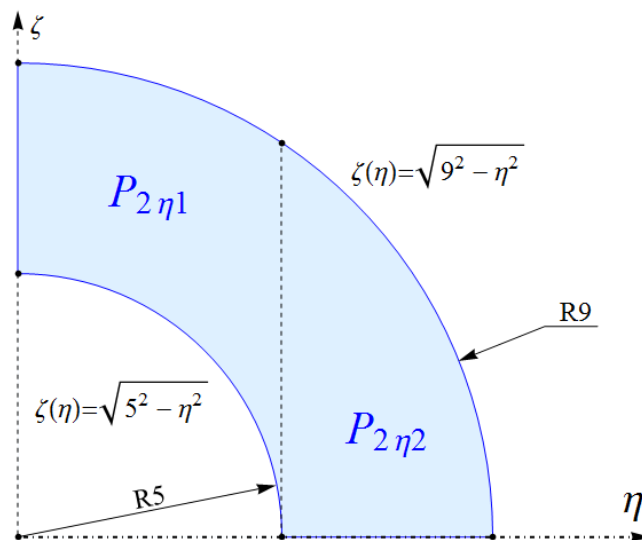
$$I_{1y} = \frac{20,3^3 - 23,7^3}{3} * (35,7 - 26,7) = 47\,7853,9 \text{ mm}^4 \quad (4.12)$$

$$I_{3y} = \frac{21,7^3 - (-23,7)^3}{3} * (35,7 - 26,7) = 65\,032,4 \text{ mm}^4 \quad (4.13)$$

$$I_{5y} = \frac{(-28,7)^3 - (-32,7)^3}{3} * (26,7 - 24,3) = 192\,540 \text{ mm}^4 \quad (4.14)$$

$$I_{7y} = \frac{52,7^3 - (-23,7)^3}{3} * [-29,3 - (-33,3)] = 167\,757 \text{ mm}^4 \quad (4.15)$$

Za izračun momenta tromosti složene površine kao što je isječak kružnog vijenca povoljnije je upotrijebiti lokalni koordinatni sustav za izračunavanje momenta tromosti oko osi usporednoj sa osi što prolazi kroz težište cjelokupnog presjeka i prenijeti moment s lokalne osi na os kroz težište korištenjem Steinerovog dodatka prema [6, 7, 9]. Slika 4.7 zorno prikazuje lokalni koordinatni sustav $\eta\zeta$ presjeka P_2 s istaknutom osi η , podjelu kružnog vijenca na dva dijela radi samog izračuna momenta tromosti i poznate veličine i dimenzije za izračun momenta tromosti $I_{2\eta}$ oko osi η .



Slika 4.7 Lokalni koordinatni sustav presjeka P_2

Moment tromosti $I_{2\eta}$ oko osi η na području presjeka P_2 je zbroj dvaju momenata inercije na područjima $P_{2\eta1}$ i $P_{2\eta2}$. Područje $P_{2\eta1}$ momenta tromosti $I_{2\eta1}$ je s gornje strane

omeđeno kružnim lukom radijusa 9 mm (oznaka $R9$) sa središtem u ishodištu koordinatnog sustava, a s donje strane kružnim lukom radijusa 5 mm koncentričnim obzirom na kružni luk radijusa 9 mm. Područje $P_{2\eta_2}$ momenta tromosti $I_{2\eta_2}$ je s gornje strane omeđeno kružnim lukom radijusa 9 mm, a s donje strane pravcem kolinearim s osi η .

$$\zeta(\eta) = \sqrt{R^2 - \eta^2} = \sqrt{9^2 - \eta^2} \quad (4.16)$$

$$\zeta(\eta) = \sqrt{r^2 - \eta^2} = \sqrt{5^2 - \eta^2} \quad (4.17)$$

Moment tromosti $I_{2\eta_1}$ se računa prema izrazu (5.9) s granicama od 0 do 5 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 0 do 5 mm na osi η vrijedi gornja granica integracije na osi ζ prema (4.16) i donja granica integracije na osi ζ prema (4.17). Izraz (4.18) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{2\eta_1}$.

$$I_{2\eta_1} = \int_0^5 \int_{\sqrt{5^2 - \eta^2}}^{\sqrt{9^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = \frac{[7100\sqrt{14} - 1875\pi + 39366 * \arcsin\left(\frac{5}{9}\right)]}{48} \quad (4.18)$$

$$= 913.8 \text{ mm}^4$$

Moment tromosti $I_{2\eta_2}$ se računa prema izrazu (4.9) s granicama od 5 do 9 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 5 do 9 mm na osi η vrijedi gornja granica integracije na osi ζ prema (4.16) i donja granica integracije na osi ζ jednaka nuli. Izraz (4.19) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{2\eta_2}$.

$$I_{2\eta_2} = \int_5^9 \int_0^{\sqrt{9^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = \frac{-7100\sqrt{14} + 19\,683\pi - 39\,366 * \arcsin\frac{5}{9}}{48} \quad (4.19)$$

$$= 251.7 \text{ mm}^4$$

Zbroj momenata tromosti $I_{2\eta_1}$ i $I_{2\eta_2}$ čini moment tromosti $I_{2\eta}$ na području P_2 kao što prikazuje izraz (4.20).

$$I_{2\eta} = I_{2\eta_1} + I_{2\eta_2} = 913,82 + 251,72 = 1\,165,5 \text{ mm}^4 \quad (4.20)$$

Pošto os η ne prolazi kroz težište presjeka desnog nosača sa slike 4.3 izraz (4.21) predstavlja rješenje prema [3, 4, 5], primjenom Steinerovog dodatka za iznos momenta tromosti na području presjeka P_2 oko osi y što prolazi kroz težište presjeka nosača. Poznate veličine u izrazu (4.21) su moment tromosti $I_{2\eta}$ oko osi η i Steinerovog dodatak: udaljenost osi η od osi y (l_{2y} u milimetrima) i površina presjeka P_2 iz tablice 4.1.

$$I_{2y} = I_{2\eta} + l_{2z}^2 * P_2 = 1165,53 + 20,3^2 * 22 = 10\,231,5 \text{ mm}^4 \quad (4.21)$$

Kod momenata tromosti presjeka P_4 i P_6 postoji mogućnost postavljanja osi lokalnog koordinatnog sustava usporedne s osi y i u jednakim odnosima s isječkom kružnog vijenca kao kod izračuna momenta I_{2y} , stoga vrijedi jednakost iz izraza (4.22).

$$I_{2\eta} = I_{4\eta} = I_{6\eta} \quad (4.22)$$

Nadalje se momenti tromosti I_{4y} i I_{6y} izračunavaju primjenom Steinerovog dodatka, vidljivo iz (4.23, 4.24).

$$I_{4y} = I_{4\eta} + l_{4z}^2 * P_4 = 1165,53 + 23,7^2 * 22 = 13\,522,7 \text{ mm}^4 \quad (4.23)$$

$$I_{6y} = I_{6\eta} + l_{6z}^2 * P_6 = 1165,53 + 23,7^2 * 22 = 13\,522,7 \text{ mm}^4 \quad (4.24)$$

Moment tromosti kritičnog presjeka desnog nosača je zbroj svih parcijalnih momenata tromosti oko osi y kao što pokazuje izraz (4.25).

$$\begin{aligned} I_y &= \sum_{i=1}^7 I_{iy} = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} + I_{4y} + I_{5y} + I_{6y} + I_{7y} \\ &= 47\,783,9 + 10\,231,5 + 65\,032,4 + 13\,522,7 + 192\,540 \\ &\quad + 13\,522,7 + 167\,757 = 510\,390 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Moment otpora je fizikalna veličina što predstavlja svojstvo presjeka da se odupre deformacijama. Izraz (4.26) prikazuje moment otpora u gornjem dijelu kritičnog presjeka desnog nosača.

$$W_g = \frac{I_y}{e_1} = \frac{510\,390}{51,6} = 9\,891,3 \text{ mm}^3 \quad (4.26)$$

Izraz (4.27) prikazuje moment otpora u donjem dijelu kritičnog presjeka desnog nosača.

$$W_d = \frac{I_y}{e_2} = \frac{510\,390}{32,7} = 15\,608,3 \text{ mm}^3 \quad (4.27)$$

Naprezanje je pojava uzrokovana djelovanjem sila na nosač, a prikazuje stabilnost materijala konstrukcije u području elastičnih deformacija. Vlačno naprezanje pod djelovanjem momenta savijanja u najudaljenijem gornjem djelu kritičnog presjeka uzrokovano silom savijanja na začelju nosača prikazuje izraz (4.28).

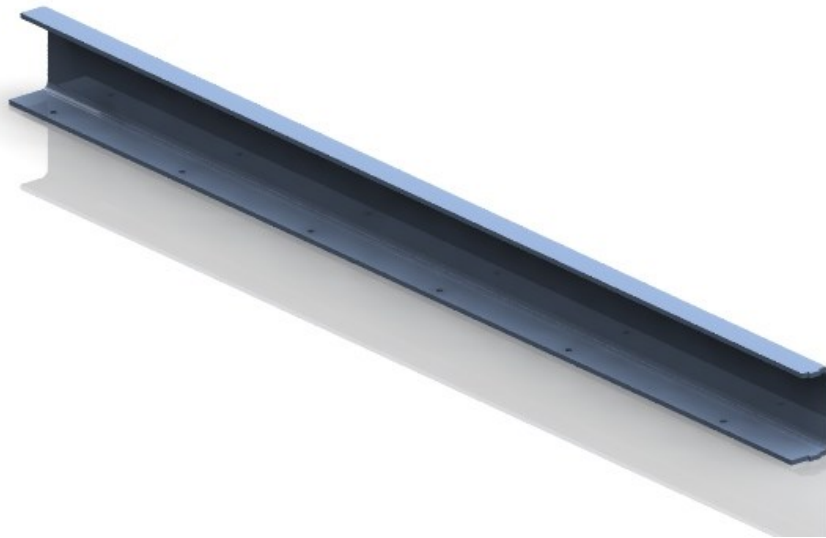
$$\sigma_g = \frac{M_s}{W_g} = \frac{F * 1088}{W_g} = \frac{921,82 * 1088}{9\,891,3} = 101,4 \text{ MPa} \quad (4.28)$$

Tlačno naprezanje je odnos sile i površine u najudaljenijem donjem dijelu kritičnog presjeka, kao što prikazuje izraz (4.29).

$$\sigma_d = \frac{M_s}{W_d} = \frac{F * 1088}{W_d} = \frac{921,82 * 1088}{15\,608,3} = 64,3 \text{ MPa} \quad (4.29)$$

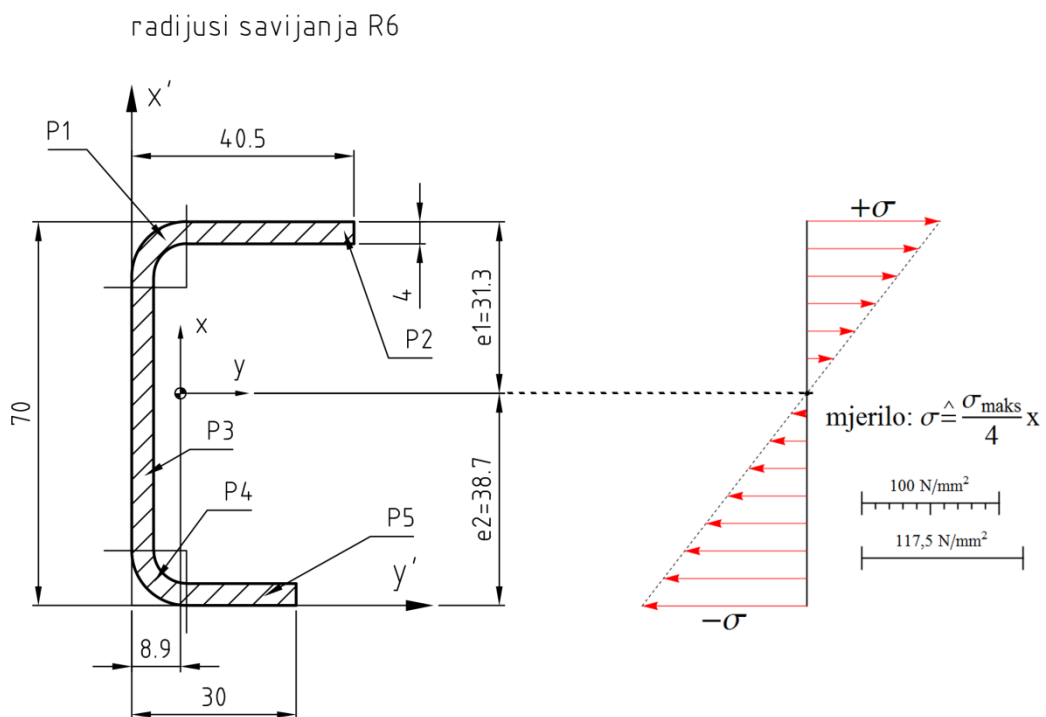
4.2 Naprežanje u presjeku desne tračnice

Desna tračnica je vertikalni nosivi element što podržava desni nosač u ravni uklještenja. Foto realistični prikaz desne tračnice u horizontalnom položaju prikazuje slika 4.8.



Slika 4.8 Foto realistični prikaz desne tračnice u horizontalnom položaju

Desna tračnica je opterećena na savijanje silom okomitom na ravninu kritičnog presjeka, ravninu dodira s desnim nosačem. Skicu kritičnog presjeka desnog nosača prikazuje slika 4.9.



Slika 4.9 Poprečni presjek desne tračnice i prosječna naprežanja

Iznosi površina osnovnih likova sa slike 4.7 iz jednadžbi za izračun površina (4.1, 4.2) nalaze se u tablici 4.2.

Tablica 4.2 Površine i koordinate težišta desne tračnice

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]	Koordinate težišta površine na osi x' i y'	
		x' [mm]	y' [mm]
P_1, y_1', z_1'	50,3	65	4,8
P_2, y_2', z_2'	138	68	15
P_3, y_3', z_3'	200	35	2,0
P_4, y_4', z_4'	50,3	4,8	4,8
P_5, y_5', z_5'	80,0	2,0	20

Razmak osi y od y' prikazuje se iznosom na koordinati x' u izrazu (4.30).

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^5 P_i * x_i}{\sum_{i=1}^5 P_i} = \frac{P_1 * x_1' + P_2 * x_2' + \dots + P_5 * x_5'}{P_1 + P_2 + \dots + P_5} = 38,7 \text{ mm} \quad (4.30)$$

Razmak osi x od x' prikazuje se iznosom na koordinati y' u izrazu (4.31).

$$y' = \frac{\sum_{i=1}^5 P_i * y_i}{\sum_{i=1}^5 P_i} = \frac{P_1 * y_1' + P_2 * y_2' + \dots + P_5 * y_5'}{P_1 + P_2 + \dots + P_5} = 8,9 \text{ mm} \quad (4.31)$$

Moment tromosti svakog pravokutnog područja oko y osi u xy koordinatnom sustavu se integrira prema izrazu (4.32).

$$I_{yn} = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} x^2 dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{x_1}^{x_2} dy = \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} \int_{y_1}^{y_2} dy = \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} * [y]_{y_1}^{y_2} \quad (4.32)$$

$$= \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} * (y_2 - y_1)$$

Primjenom rješenja integrala iz (4.32) za izračun momenta tromosti pravokutnika površine P_2, P_3 i P_5 prikazuju izrazi (4.33, 4.34, 4.35).

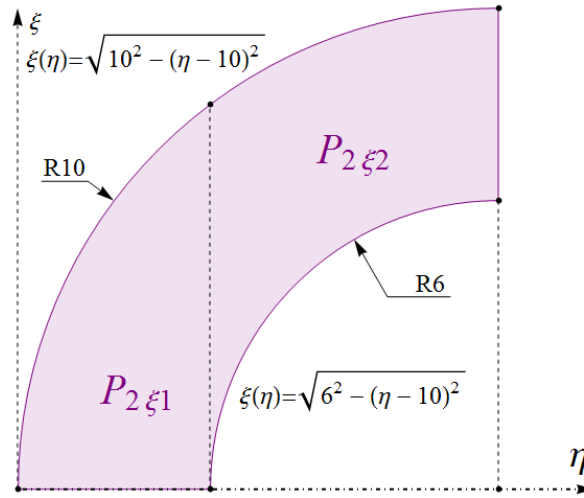
$$I_{2y} = \frac{27,3^3 - 23,3^3}{3} * (31,6 - 1,1) = 104\,898 \text{ mm}^4 \quad (4.33)$$

$$I_{3y} = \frac{21,3^3 - (-28,7)^3}{3} * [-4,9 - (-8,9)] = 44\,404,7 \text{ mm}^4 \quad (4.34)$$

$$I_{5y} = \frac{(-34,7)^3 - (-38,7)^3}{3} * (21,1 - 1,1) = 107\,858 \text{ mm}^4 \quad (4.35)$$

Upotreba lokalnog koordinatnog sustava $\zeta\eta$ za izračunavanje momenta tromosti oko osi η usporednom sa osi y što prolazi kroz težište cjelokupnog presjeka, zatim prenos momenta s lokalne osi η na os kroz težište y korištenjem Steinerovog dodatka. Slika 4.8

zorno prikazuje lokalni koordinatni sustav $\xi\eta$ presjeka P_I s istaknutom osi η . Isprekidana crta na presjeku ističe i podjelu kružnog vijenca na dva dijela radi samog izračuna momenta tromosti.



Slika 4.10 Lokalni koordinatni sustav presjeka P1

Prema Pitagorinom poučku opći parametarski oblik jednadžbe kružnice čini izraz (4.36).

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2 \quad (4.36)$$

Gdje je: p odstupanje središta kružnice od ishodišta na vertikalnoj osi pravokutnog koordinatnog sustava, q odstupanje središta kružnice od ishodišta na vertikalnoj osi pravokutnog koordinatnog sustava, r radijus kružnice, x parametar kružnice na horizontalnoj osi u koordinatnom sustavu xy i y parametar kružnice na vertikalnoj osi u koordinatnom sustavu xy . Izraz (4.37) predstavlja jednadžbu iz izraza (4.36) u eksplisnom obliku gdje je y funkcija od x što se odnosi na koordinatni sustav xy .

$$y(x) = \sqrt{r^2 - (x - p)^2} + q \quad (4.37)$$

U koordinatnom sustavu $\eta\xi$, kao na slici 4.10, jednadžba iz izraza (4.37) ima zapis kao što prikazuje izraz (4.38).

$$\xi(\eta) = \sqrt{r^2 - (\eta - p)^2} + q \quad (4.38)$$

Kružni isječak sa slike 4.10 ima odstupanje središta za 10 mm po horizontalnoj osi η u koordinatnom sustavu $\eta\xi$ i radijus vanjske kružnice (gornje granice) 10 mm, a radijus unutarnje kružnice 6 mm. Uvrštavanjem vrijednosti kružnog isječka nastaju izrazi (4.39, 4.40), gdje izraz (4.39) vrijedi za vanjsku kružnicu radijusa 10 mm i izraz (4.40) vrijedi za unutarnju kružnicu radijusa 6 mm.

$$\xi(\eta) = \sqrt{R^2 - (\eta - p)^2} = \sqrt{10^2 - (\eta - 10)^2} \quad (4.39)$$

$$\xi(\eta) = \sqrt{r^2 - (\eta - p)^2} = \sqrt{6^2 - (\eta - 10)^2} \quad (4.40)$$

Moment tromosti $I_{1\eta}$ oko osi η na području presjeka P_I je zbroj dvaju momenata inercije na područjima $P_{1\eta 1}$ i $P_{1\eta 2}$. Područje $P_{1\eta 1}$ momenta tromosti $I_{1\eta 1}$ je s gornje strane omeđeno kružnim lukom radijusa 10 mm (oznaka $R10$) sa središtem u točki 10 mm udaljenoj po x osi, s pravcem kolinearnim s osi η . Područje $P_{1\eta 2}$ momenta tromosti $I_{1\eta 2}$ je s gornje strane omeđeno kružnim lukom radijusa 10 mm, a s donje strane kružnim lukom radijusa 6 mm koncentričnim obzirom na kružni luk radijusa 10 mm.

Moment tromosti $I_{1\eta 1}$ se računa prema izrazu (4.9) s granicama od 0 do 4 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 0 do 4 mm na osi η vrijedi gornja granica integracije na osi ζ prema (4.36) i donja granica integracije na osi ζ jednaka nuli. Izraz (4.41) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{1\eta 1}$.

$$I_{1\eta 2} = \int_0^4 \int_0^{\sqrt{10^2 - (\eta - 10)^2}} \xi^2 d\xi d\eta = 303,12 \text{ mm}^4 \quad (4.41)$$

Moment tromosti $I_{1\eta 2}$ se računa prema izrazu (4.9) s granicama od 4 do 10 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 4 do 10 mm na osi η vrijedi donja granica integracije na osi ζ prema (4.38) i gornja granica integracije na osi ζ prema (4.36). Izraz (4.42) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{1\eta 2}$.

$$I_{1\eta 2} = \int_4^{10} \int_{\sqrt{6^2 - (\eta - 10)^2}}^{\sqrt{10^2 - (\eta - 10)^2}} \xi^2 d\xi d\eta = 1\,405,91 \text{ mm}^4 \quad (4.42)$$

Zbroj momenata tromosti $I_{1\eta 1}$ i $I_{1\eta 2}$ čini moment tromosti $I_{1\eta}$ na području P_I kao što prikazuje izraz (4.40).

$$I_{1\eta} = I_{1\eta 1} + I_{1\eta 2} = 303,12 + 1\,405,91 = 1\,709,03 \text{ mm}^4 \quad (4.43)$$

Pošto os η ne prolazi kroz težište presjeka desne tračnice sa slike 4.7 izraz (4.44) predstavlja rješenje primjenom Steinerovog dodatka za iznos momenta tromosti na području presjeka P_I oko osi y što prolazi kroz težište presjeka tračnice. Poznate veličine u izrazu (4.44) su moment tromosti $I_{2\eta}$ oko osi η i Steinerovog dodatka: udaljenost osi η od osi y (l_{1y} u milimetrima) i površina presjeka P_I iz tablice 4.2.

$$I_{1y} = I_{1\eta} + l_{1x}^2 * P_1 = 1\,709,03 + 21,3^2 * 50,3 = 24\,529,6 \text{ mm}^4 \quad (4.44)$$

Kod momenta tromosti presjeka P_4 postoji mogućnost postavljanja osi lokalnog koordinatnog sustava usporedne s osi y i u jednakim odnosima s isječkom kružnog vijenca kao kod izračuna momenta I_{ly} , stoga vrijedi jednakost iz izraza (4.45).

$$I_{1\eta} = I_{4\eta} \quad (4.45)$$

Moment tromosti na području presjeka P_4 se računa primjenom Steinernovog dodatka prema izrazu (4.46).

$$I_{4y} = I_{4\eta} + l_{4x}^2 * P_4 = 1\,709,03 + 28,7^2 * 50,3 = 43\,140,6 \text{ mm}^4 \quad (4.46)$$

Moment tromosti kritičnog presjeka desne tračnice je zbroj svih parcijalnih momenata tromosti oko osi y kao što pokazuje izraz (4.47).

$$\begin{aligned} I_y &= \sum_{i=1}^5 I_{iy} = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} + I_{4y} + I_{5y} \\ &= 24\,529,6 + 104\,898 + 44\,404,7 + 43\,140,6 + 107\,858 \\ &= 324\,831 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Izraz (4.48) prikazuje izračun momenta otpora u gornjem dijelu kritičnog presjeka desne tračnice.

$$W_g = \frac{I_y}{e_1} = \frac{324\,831}{31,3} = 10\,378 \text{ mm}^3 \quad (4.48)$$

Izraz (4.49) prikazuje izračun momenta otpora u donjem dijelu kritičnog presjeka desne tračnice.

$$W_d = \frac{I_y}{e_2} = \frac{324\,831}{38,7} = 8\,393,57 \text{ mm}^3 \quad (4.49)$$

Vlačno naprezanje u najudaljenijem gornjem djelu kritičnog presjeka uzrokovano silom savijanja posredno preko desnog nosača prikazuje izraz (4.50).

$$\sigma_g = \frac{M_s}{W_g} = \frac{F * l_x}{W_g} = \frac{921,82 * 1093}{10\,378} = 97,09 \text{ MPa} \quad (4.50)$$

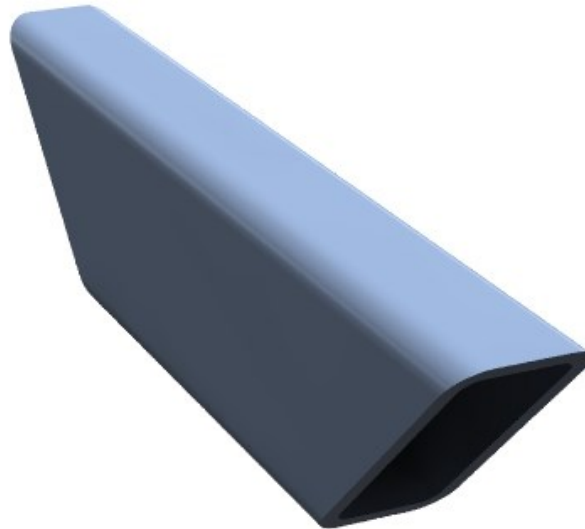
Tlačno naprezanje u najudaljenijem donjem djelu kritičnog presjeka uzrokovano silom savijanja posredno preko desnog nosača prikazuje izraz (4.51).

$$\sigma_d = \frac{M_s}{W_d} = \frac{F * l_x}{W_d} = \frac{921,82 * 1093}{8\,393,57} = 120,04 \text{ MPa} \quad (4.51)$$

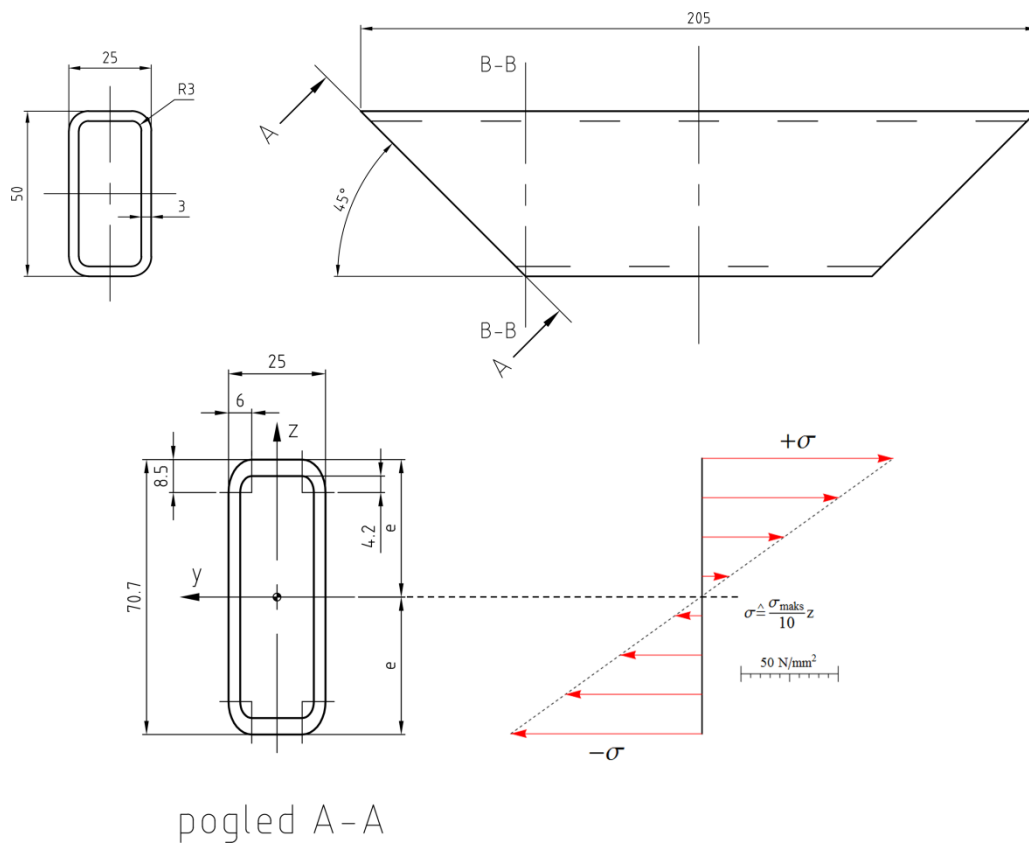
4.3 Naprezanje u presjeku elementa ukrućenja

Ukrućenje je nosivi element što podržava desni nosač posredno, preko nosača ploče. Jednom čeonom plohom dodiruje vertikalnu stjenku desne tračnice, a drugom horizontalnu stjenku nosača ploče. Kritični presjek ukrućenja je ploha oslonjena na vertikalnu stjenku,

opterećena na savijanje. Slika 4.11 prikazuje foto realistični prikaz ukrućenja. Slika 4.12 prikazuje skicu ukrućenja u pogledu sprijeda kao što je u ravnini *B-B* i promatrani presjek u ravnini *A-A*. Izgled kritičnog presjeka je odraz poprečnog presjeka iz ravnine *B-B* na promatranu ravninu *A-A*.



Slika 4.11 Foto realistični prikaz ukrućenja

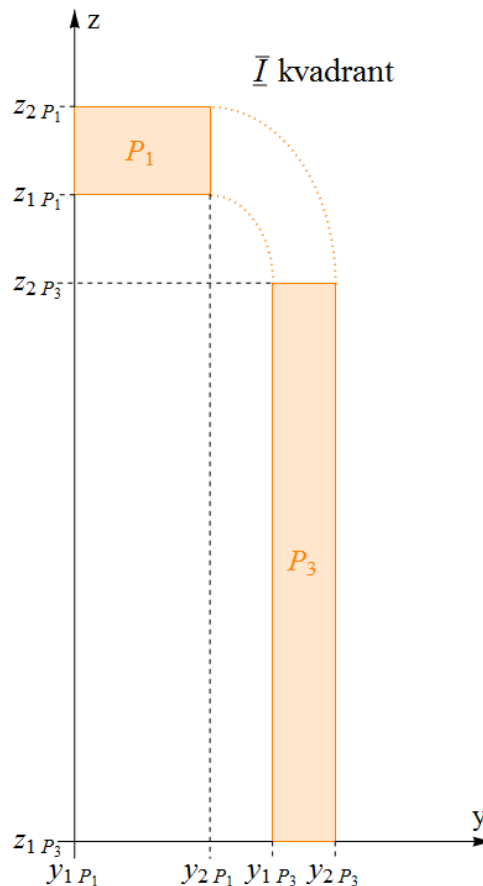


Slika 4.12 Skica ukrućenja

Postavljanjem početnog koordinatnog sustava $y''z''$ u ravnini $B-B$ i pomoćnog koordinatnog sustava $y'z'$ u ravnini $A-A$, zatim Eulerovog kuta² θ između osi z'' i osi otklona z' se određuju početni uvjeti za odraz presjeka u ravnini $B-B$ na ravninu gledanja $A-A$. Osi y'' i y' su jednake orijentacije i leže u presjecištu ravnina $A-A$ i $B-B$. Dakle koordinate na osi y'' i y' su jednake, dok koordinate na osi z' su određene kosinusom Eulerovog kuta dvaju ravnina $A-A$ i $B-B$ u odnosu na os z'' , kao što prikazuje izraz (4.52).

$$z' = \frac{z''}{\cos \vartheta} = \frac{z''}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2} * z'' \quad (4.52)$$

Granice isječka kružnog vijenca, kružni luk u ravnini $B-B$ predstavlja elipsu u ravnini $A-A$ s radijusom upisane kružnice jednakim radijusu kružnog luka i radijusom opisane kružnice uvećanim prema izrazu (4.52). Pošto je kritični presjek simetričan obzirom na dvije središnje osi y i z u sjecištu tih osi se nalazi težište kritičnog presjeka. Moment tromosti simetričnog kritičnog presjeka, obzirom na dvije osi, se pojednostavljuje svođenjem računa na prvi kvadrant i umnožavanjem rezultata na sva četiri kvadranta. Slika 4.11 prikazuje područja momenta tromosti unutar pravokutnika P_1 i P_3 u prvom kvadrantu.



Slika 4.13 Područja momenta tromosti pravokutnika P_1 i P_3

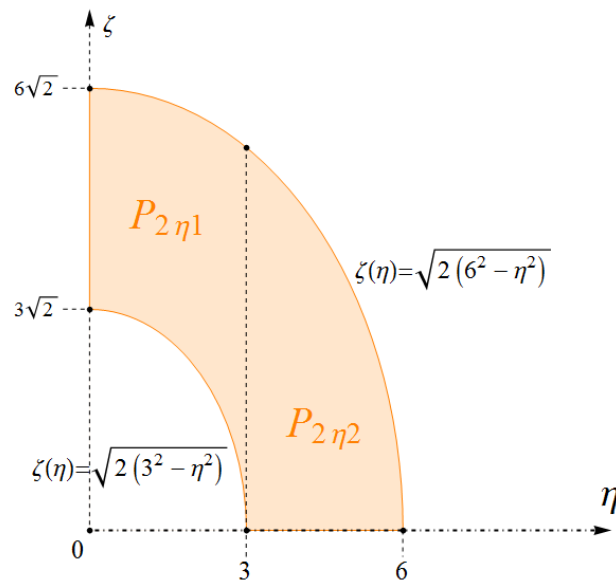
² Eulerovim kutovima se prikazuje odnos dvaju međusobno zakrenutih koordinatnih sustava. Kutovi predstavljaju nutaciju θ , precesiju ψ i rotaciju φ u rasponu od 0 do 90° .

Izračun momenata tromosti na područjima P_1 i P_3 su prikazana u izrazima (4.53, 4.54).

$$I_{1y} = \frac{z_{2P_1}^3 - z_{1P_1}^3}{3} * (y_{2P_1} - y_{1P_1}) = \frac{35,36^3 - 31,11^3}{3} * 6,5 = 30\,555,2 \text{ mm}^4 \quad (4.53)$$

$$I_{3y} = \frac{z_{2P_3}^3 - z_{1P_3}^3}{3} * (y_{2P_3} - y_{1P_3}) = \frac{26,87^3}{3} * (12,5 - 9,5) = 19\,410,89 \text{ mm}^4 \quad (4.54)$$

Područje P_2 momenta tromosti $I_{2\eta}$ čini isječak vijenca elipse kao što prikazuje slika 4.14. Područje P_2 se sastoji od područja $P_{2\eta 1}$ i $P_{2\eta 2}$ omeđenih granicama elipse i pravca kolinearnog s osi η .



Slika 4.14 Područje integracije isječka vijenca elipse

Moment tromosti $I_{2\eta 1}$ područja $P_{2\eta 1}$ je omeđeno gornjom granicom prema izrazu (4.55) i donjom granicom prema izrazu (4.56)

$$\zeta(\eta) = \sqrt{2} * \sqrt{(R^2 - \eta^2)} = \sqrt{2(6^2 - \eta^2)} \quad (4.55)$$

$$\zeta(\eta) = \sqrt{2} * \sqrt{(r^2 - \eta^2)} = \sqrt{2(3^2 - \eta^2)} \quad (4.56)$$

Moment tromosti $I_{2\eta 1}$ se računa prema izrazu (5.9) s granicama od 0 do 3 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 0 do 3 mm na osi η vrijedi gornja granica integracije na osi ζ prema (4.55) i donja granica integracije na osi ζ prema (4.56). Izraz (4.57) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{2\eta 1}$.

$$I_{2\eta 1} = \int_0^3 \int_{\sqrt{2(3^2 - \eta^2)}}^{\sqrt{2(6^2 - \eta^2)}} \zeta^2 d\zeta d\eta = 492,55 \text{ mm}^4 \quad (4.57)$$

Moment tromosti $I_{2\eta 2}$ se računa prema izrazu (4.9) s granicama od 3 do 6 mm na osi η . Za svaki elementarni raspon integracije $d\eta$ u rasponu od 3 do 6 mm na osi η vrijedi donja

granica integracije na osi ζ jednaka nuli i gornja granica integracije na osi ζ prema (4.55). Izraz (4.58) prikazuje matematički zapis istog značenja i iznos momenta tromosti $I_{2\eta 2}$.

$$I_{2\eta 2} = \int_3^6 \int_0^{\sqrt{2(6^2 - \eta^2)}} \zeta^2 d\zeta d\eta = 182,218 \text{ mm}^4 \quad (4.58)$$

Zbroj momenata tromosti $I_{2\eta 1}$ i $I_{2\eta 2}$ čini moment tromosti $I_{2\eta}$ na području P_2 kao što prikazuje izraz (4.59).

$$I_{2\eta} = I_{2\eta 1} + I_{2\eta 2} = 674,76 \text{ mm}^4 \quad (4.59)$$

Moment tromosti I_{2y} na području presjeka P_2 se računa primjenom Steinernovog dodatka kako prikazuje izraz (4.60).

$$I_{2y} = I_{2\eta} + l_{2y}^2 * P_2 = 22\,350,8 \text{ mm}^4 \quad (4.60)$$

Moment tromosti u prvom kvadrantu je zbroj momenata tromosti I_{1y} , I_{2y} i I_{3y} kao što prikazuje izraz (4.61).

$$\begin{aligned} \frac{I_y}{4} &= \sum_{i=1}^3 I_{iy} = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} = 30\,555,2 + 22\,350,8 + 19\,410,89 \\ &= 72\,314,9 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (4.61)$$

Ukupan moment tromosti kritičnog presjeka elementa ukrućenja je četiri puta veći od momenta tromosti u prvom kvadrantu. Iznos momenta tromosti kritičnog presjeka elementa ukrućenja se nalazi u izrazu (4.62).

$$I_y = 289\,268 \text{ mm}^4 \quad (4.62)$$

Izračun momenta otpora oko osi y na udaljenosti e se nalazi u izrazu (4.63).

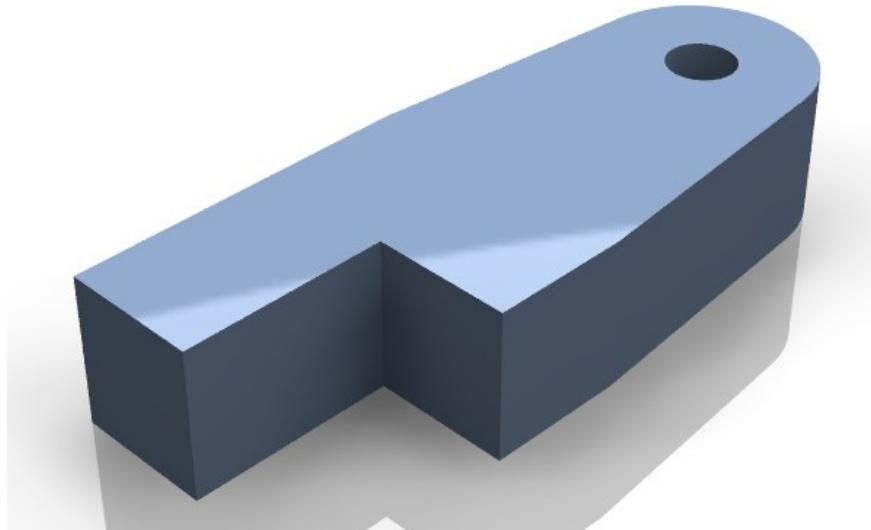
$$W = \frac{I_y}{e} = \frac{289\,268}{70,7/2} = 8\,182,97 \text{ mm}^3 \quad (4.63)$$

Najveća naprezanja vlačnog i tlačnog opterećenja uzrokovani momentom savijanja su istog iznosa i računaju kao što prikazuje izraz (4.64).

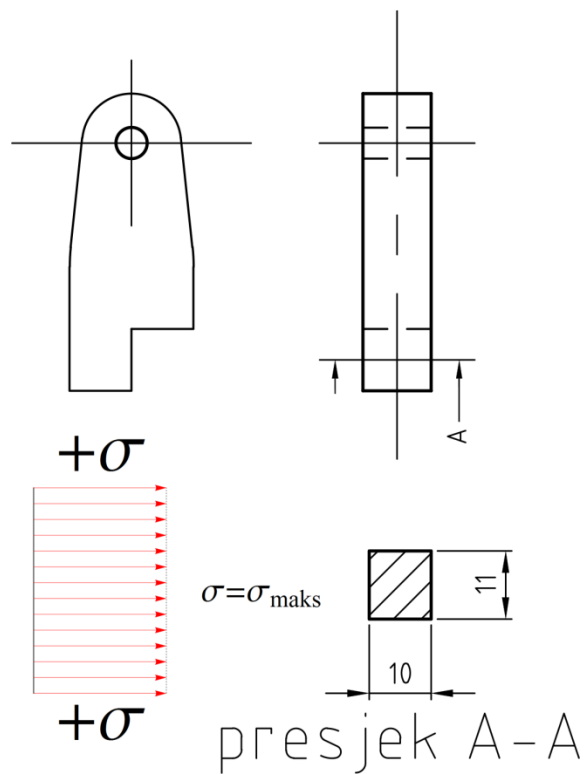
$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F * l_x}{W} = \frac{921,82 * 1\,092,3}{8\,182,97} = 123,049 \text{ MPa} \quad (4.64)$$

4.4 Naprezanje u presjeku lančanog držača

Držač je vlačno opterećeni dio što drži čitavu podiznu platformu u visećem položaju. Slika 4.15 prikazuje foto realistični prikaz držača, a slika 4.16 prikazuje skicu držača i promatrani presjek.



Slika 4.15 Foto realistični prikaz držača



Slika 4.16 Skica i kritični presjek držača

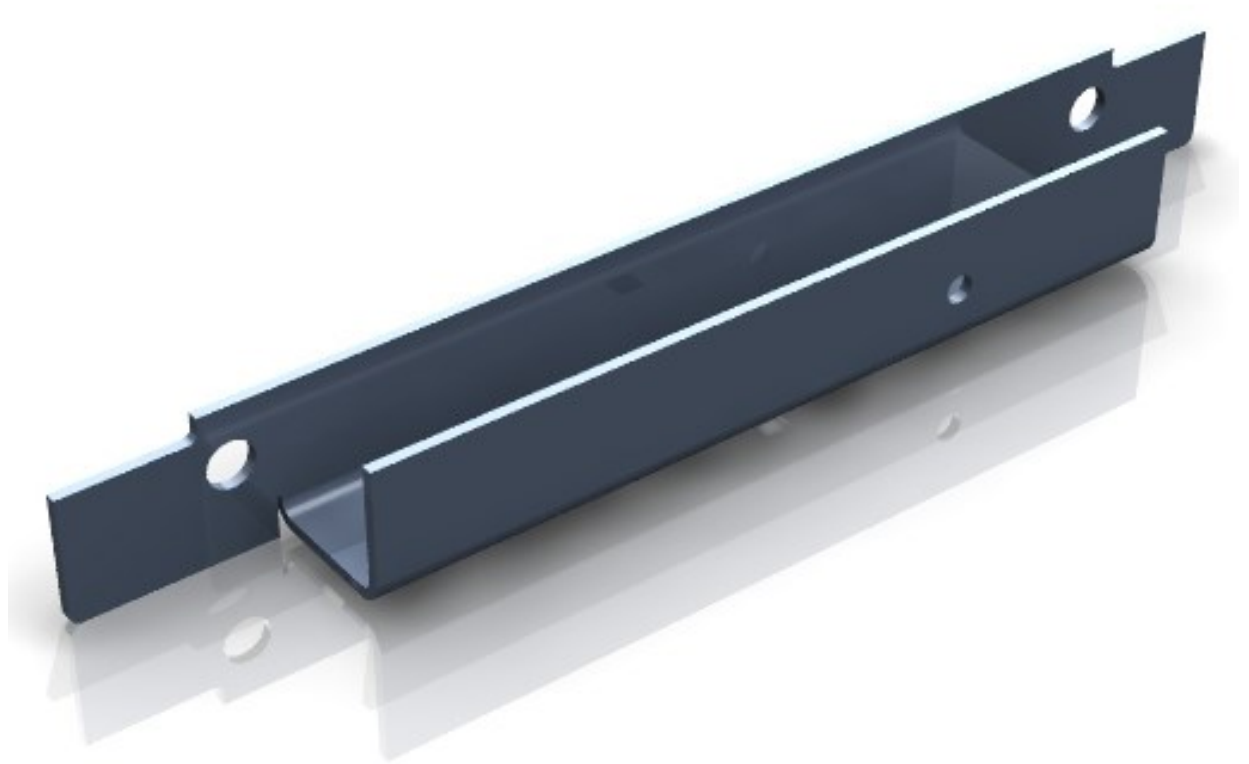
Naprezanja pri vlačnom opterećenju su jednakog iznosa po čitavom presjeku, stoga vrijedi izraz (4.65) za izračun naprezanja u kritičnom presjeku, presjek $A-A$ sa slike 4.16.

$$\sigma = \frac{F_{najveće}}{P} = \frac{1843,64}{110} = 16,76 \text{ MPa} \quad (4.65)$$

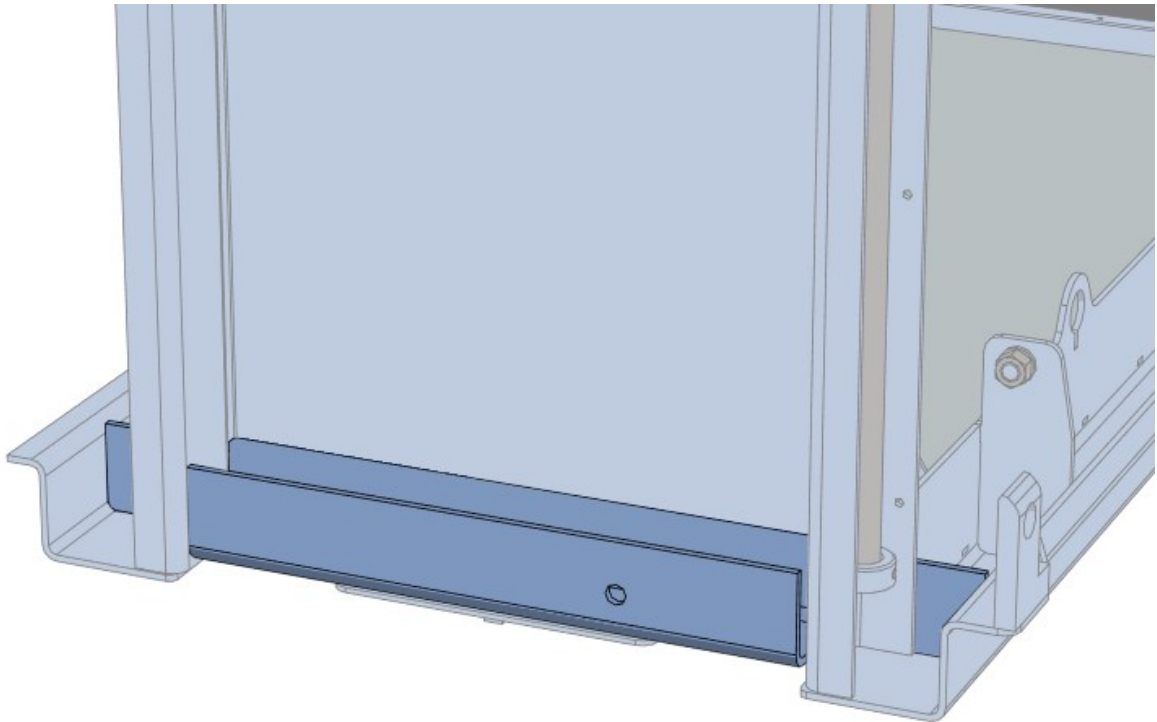
Gdje je σ vlačno naprezanje materijala u presjeku $A-A$ pod djelovanjem sile F .

4.5 Naprezanje u presjeku zadnje grede

Zadnja greda je ključan nosivi element što drži podiznu platformu u visećem položaju pri spuštanju ili dizanju. Opterećena na savijanje i uvijanje što prenose lijevi i desni nosač. Opterećenje uvijanja postoji iako elementi ukrućenja potpomažu stabilnost podizne platforme. Slika 4.17 prikazuje foto realistični prikaz zadnje grede.

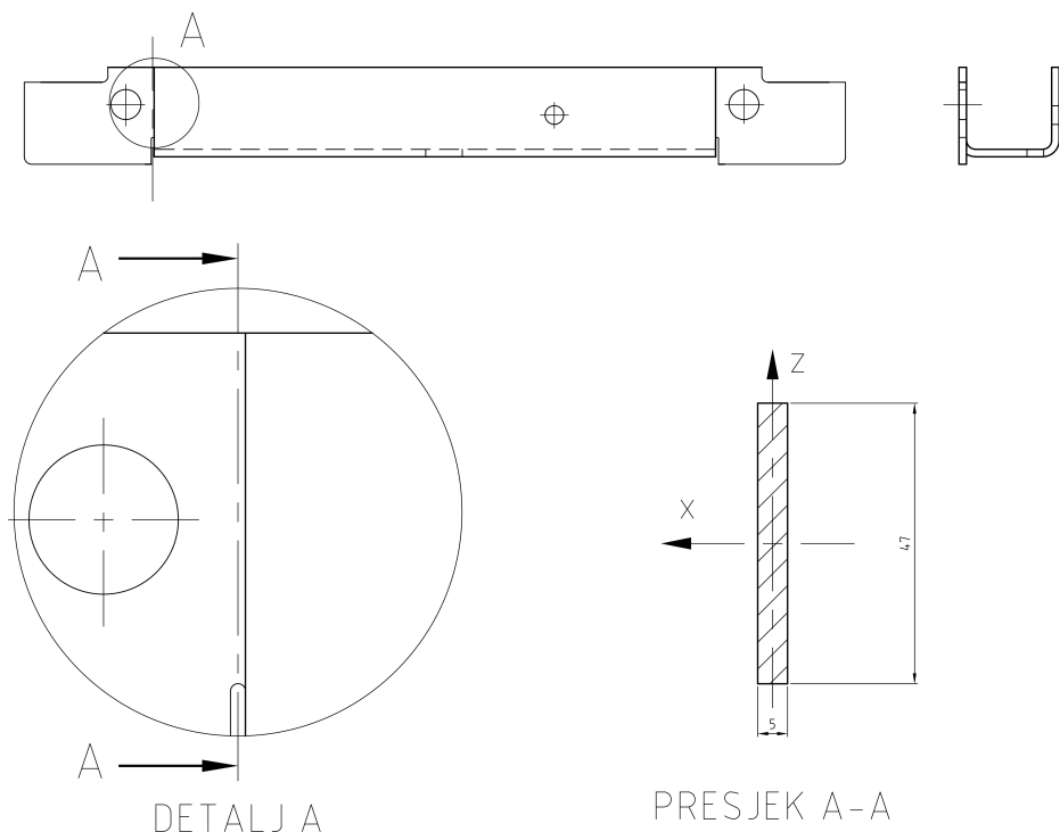


Slika 4.17 Foto realistični prikaz zadnje grede

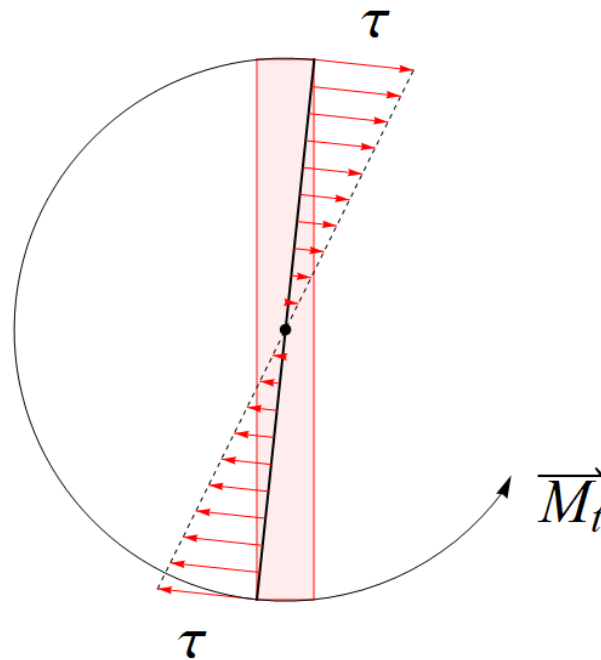


Slika 4.18 Smještaja zadnje grede u podiznoj platformi

Slika 4.19 prikazuje skicu i kritični presjek A-A zadnje grede.



Slika 4.19 Skica i kritični presjek zadnje grede



Slika 4.20 Prosječna naprezanja zadnje grede

Opterećenje uvijanja predstavlja težnju momenta uvijanja za sukanjem nekog tijela oko uzdužne osi, što znači da se između ravnine djelovanja momenta i promatranog presjeka pojavljuje kut klizanja materijala oko uzdužne osi. Posljedica otpora klizanju su tangencijalna naprezanja s najvećim iznosom u kritičnom presjeku. Izračun polarnog momenta tromosti u kritičnom presjeku se računa u polarnom koordinatnom sustavu uz mogućnost preračunavanja koordinata iz pravokutnog koordinatnog sustava u polarni koordinatni sustav primjenom Pitagorinog poučka prema literaturi [6] kao što prikazuje izraz (4.69).

$$\begin{aligned}
 I_p &= \int_P r^2 dP = \int_P (x^2 + z^2) dP = \int_P x^2 dP + \int_P z^2 dP = I_z + I_x \\
 &= \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} * (z_2 - z_1) + \frac{(z_2^3 - z_1^3)}{3} * (x_2 - x_1) \\
 &= \frac{2,5^3 - (-2,5)^3}{3} * [23,5 - (-23,5)] + \frac{23,5^3 - (-23,5)^3}{3} \\
 &\quad * [2,5 - (-2,5)] = 43\,749,2 \text{ mm}^4
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

Tangencijalni moment otpora je težnja suprotstavljanja tangencijalnom klizanju oko osi okomite na ravninu promatranog presjeka. Moment otpora je najveći u najudaljenijem dijelu presjeka od osi klizanja kao što prikazuje izraz (4.67) na primjeru pravokutnog presjeka.

$$W_t = \frac{I_p}{r} = \frac{I_p}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{43\,749,2}{\sqrt{2,5^2 + 23,5^2}} = 1\,851,22 \text{ mm}^3 \quad (4.67)$$

Naprezanja presjeka su reakcija na djelovanje momenta uvijanja (*eng. torsion*) kao što prikazuje izraz (4.68).

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F * l_x}{W_t} = \frac{921,82 * 110}{1\,851,22} = 54,78 \text{ MPa} \quad (4.68)$$

Gdje je: l_x udaljenost sile od ukrućenja do težišta presjeka i W_t moment otpora presjeka na uvijanje.

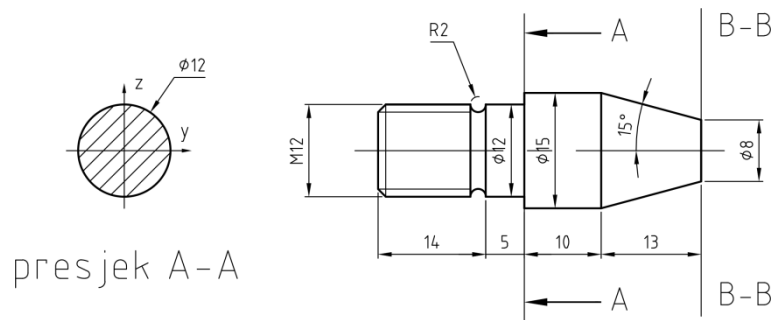
4.6 Naprezanje u presjeku svornjaka

Svornjak je nepomični granični element, s navojem, pričvršćen maticom za vlastiti nosač. Funkcija svornjaka je osigurati nepomičnost pumpe na podiznoj platformi uz ostala tri svornjaka. Foto realistični prikaz svornjaka prikazuje slika 4.21.



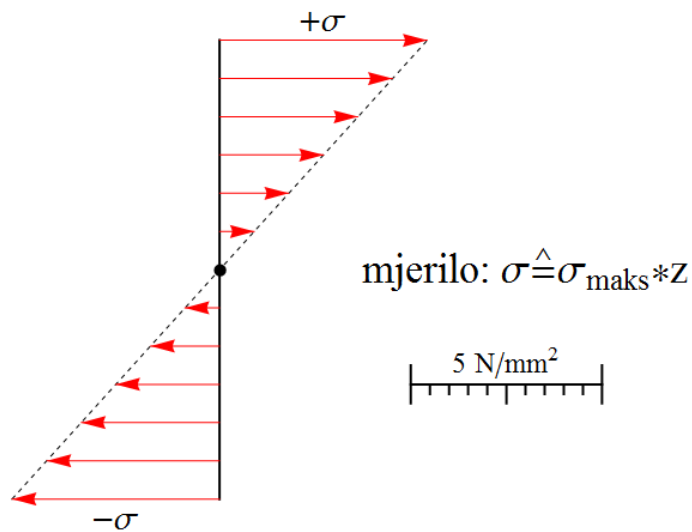
Slika 4.21 Foto realistični prikaz svornjaka

Kontrolni proračun svornjaka se odnosi na slučaj kada pumpa sa pola svoje mase djeluje silom savijanja na svornjak u ravnini *B-B* kao što je prikazano na slici 4.22.



Slika 4.22 Skica i kritični presjek svornjaka

Kritični presjek je simetričan obzirom na ishodište koordinatnog sustava stoga dijagram naprezanja pri djelovanju momenta savijanja ima oblik kao na slici 4.23.



Slika 4.23 Dijagram prosječnih naprezanja u presjeku svornjaka

Moment tromosti se računa prema formuli (4.69) iz literature [6, 7].

$$I_y = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi * 12^4}{64} = 1\,017,88 \text{ mm}^4 \quad (4.69)$$

Moment otpora prikazuje izraz (4.70).

$$W = \frac{I_y}{e} = \frac{I_y}{r} = \frac{1\,017,88}{6} = 169,65 \text{ mm}^3 \quad (4.70)$$

Najveće prosječno naprezanje u presjeku svornjaka opterećenog na savijanje prikazuje izraz (4.71).

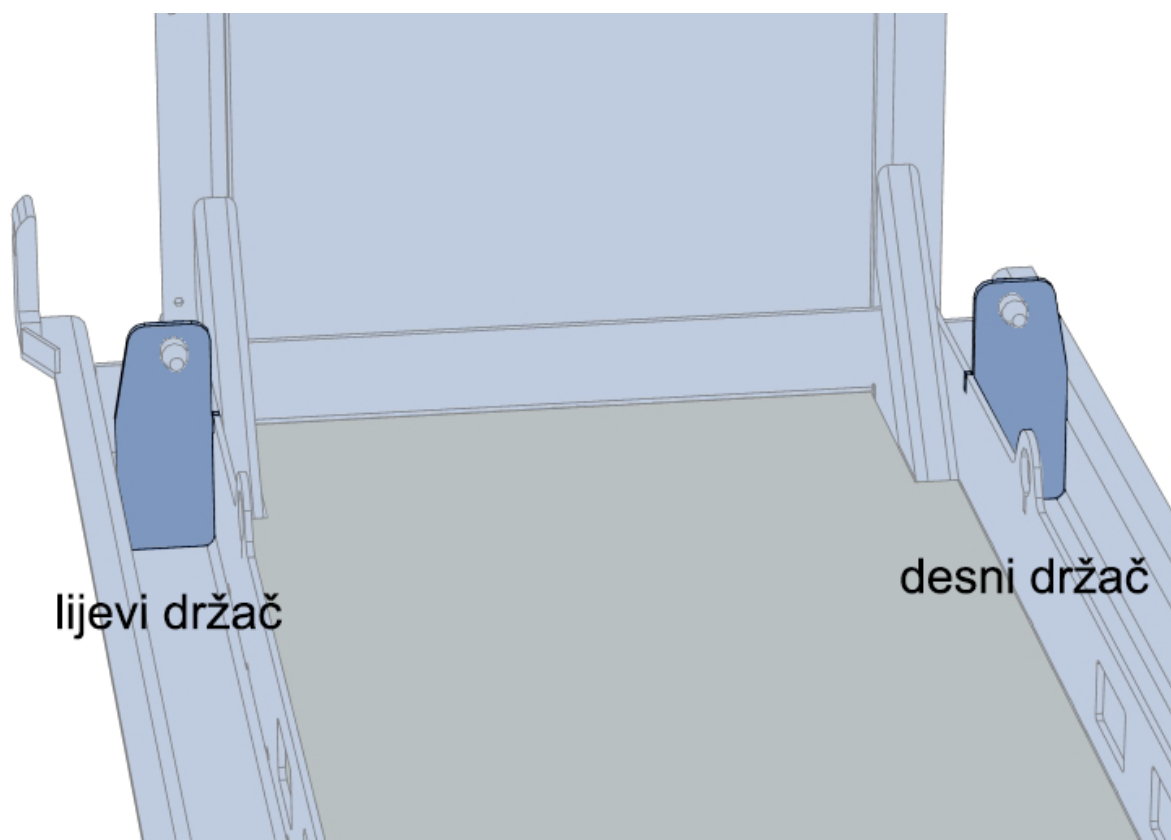
$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F * l_x}{W} = \frac{921,82 * 23}{169,65} = 5,43 \text{ MPa} \quad (4.71)$$

4.7 Naprezanje u presjeku držača svornjaka

Držač svornjaka je ravni limeni element što drži svornjak u položaju za pravilan dosjed sa postoljem pumpe. Foto realistični prikaz držača svornjaka prikazuje slika 4.24. Smještaj lijevog i desnog držača svornjaka prikazuje slika 4.25.

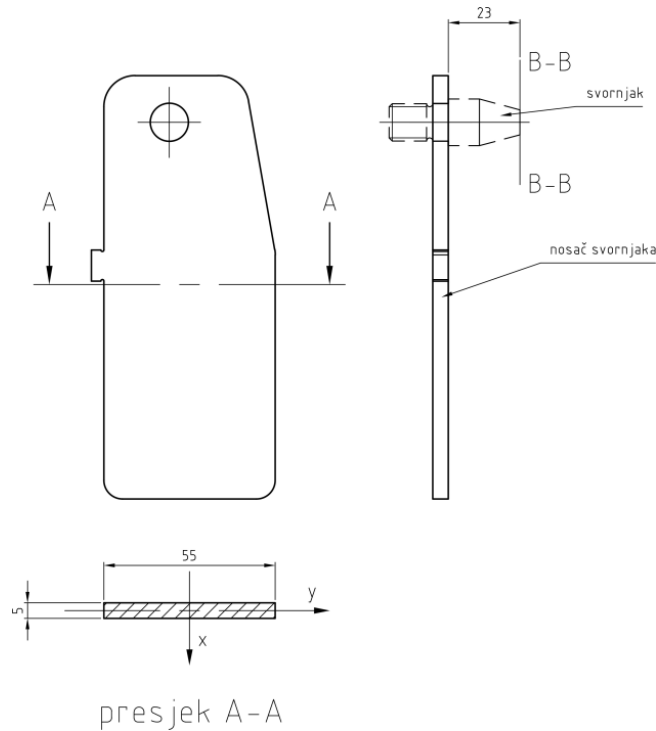


Slika 4.24 Foto realistični prikaz držača svornjaka



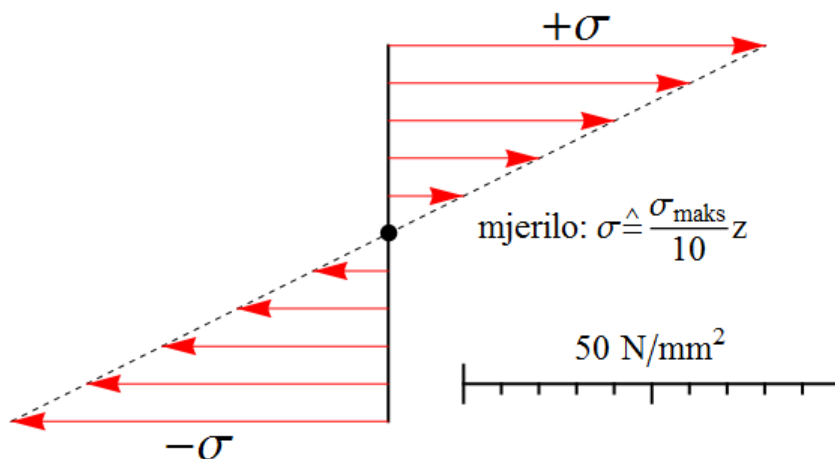
Slika 4.25 Držači svornjaka u podiznoj platromi

Kontrolni proračun držača svornjaka se odnosi na slučaj kada pumpa sa pola svoje mase djeluje silom savijanja na držač svornjaka u ravnini *B-B* kao što je prikazano na slici 4.26.



Slika 4.26 Skica i kritični presjek držača svornjaka

Kritični presjek je simetričan obzirom na obje osi koordinatnog sustava stoga dijagram naprezanja pri djelovanju momenta savijanja ima oblik kao na slici 4.27.



Slika 4.27 Dijagram prosječnih naprezanja u presjeku držača svornjaka

Moment tromosti se računa prema formuli (4.72) iz literature [6, 7].

$$I_y = \frac{b * h^3}{12} = \frac{55 * 5^3}{12} = 1\,177,08 \text{ mm}^4 \quad (4.72)$$

Moment otpora prikazuje izraz (4.73).

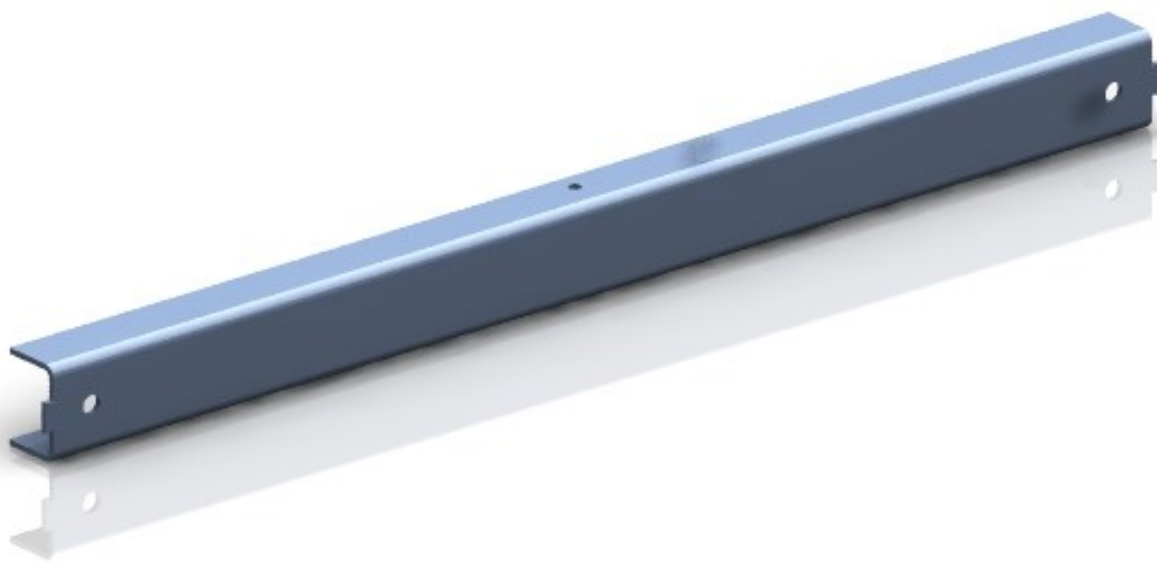
$$W = \frac{I_y}{e} = \frac{1\,177,08}{2,5} = 470,83 \text{ mm}^3 \quad (4.73)$$

Najveće prosječno naprezanje u presjeku držača svornjaka opterećenog na savijanje prikazuje izraz (4.74).

$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F * l_x}{W} = \frac{921,82 * 25,5}{470,83} = 50,12 \text{ MPa} \quad (4.74)$$

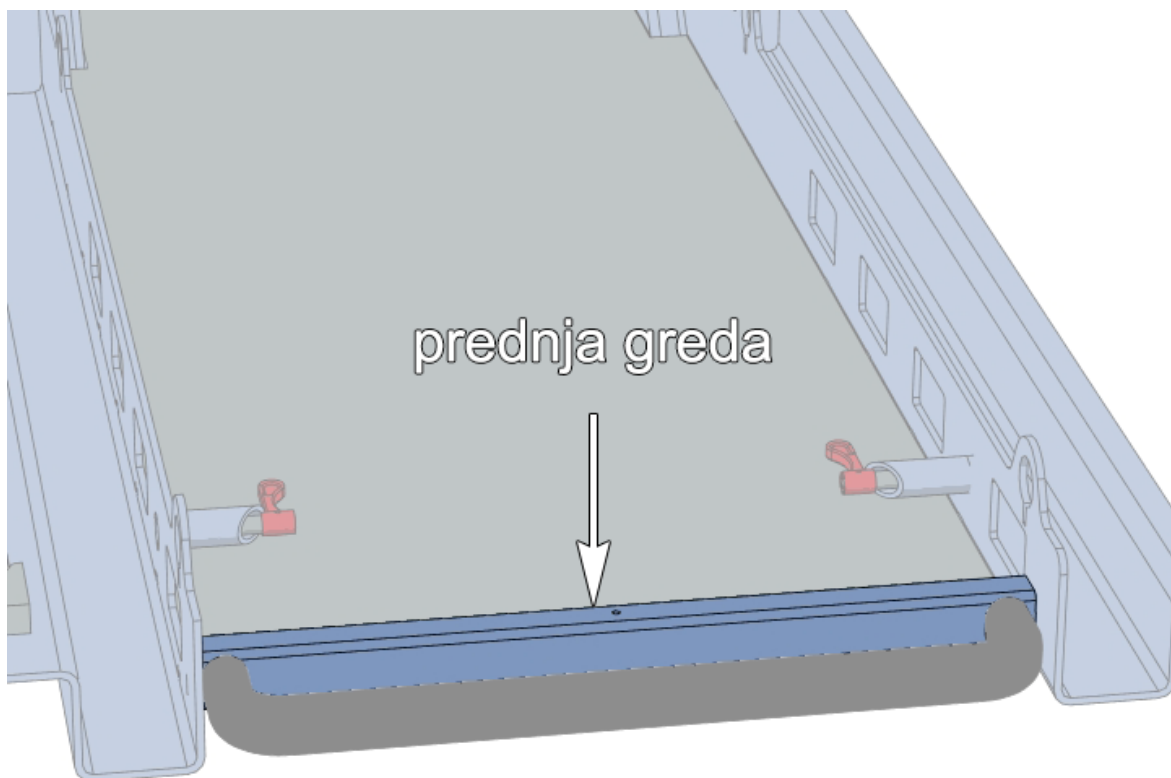
4.8 Naprezanje u presjeku prednje grede

Prednja greda je limeni element opterećen horizontalnim silama što uzrokuju moment savijanja. Moment savijanja uzrokuju sile u horizontalnoj ravnini uslijed povlačenja podizne platforme prema naprijed za ručku pričvršćenu za prednju gredu. Prednja greda se nalazi u prednjem dijelu podizne platforme i ima izgled kao što prikazuje slika 4.28.



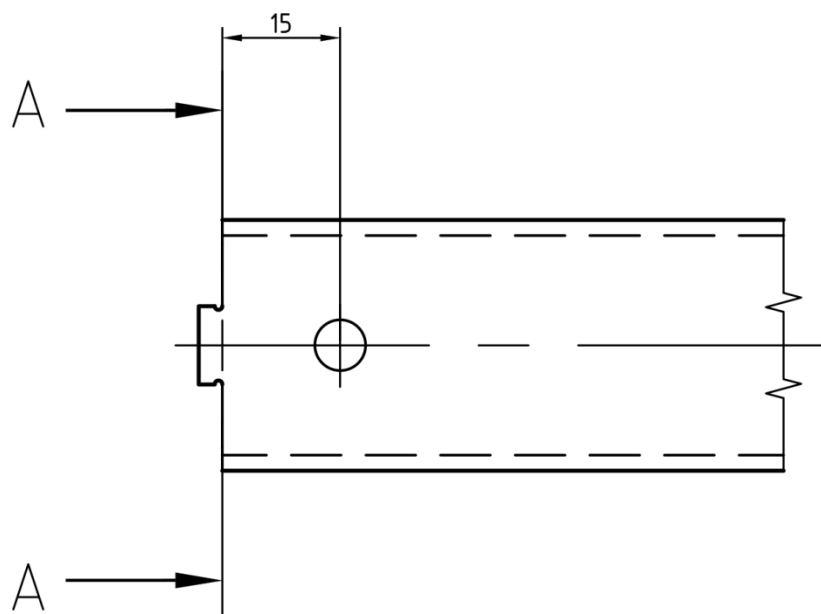
Slika 4.28 Foto realistični prikaz prednje grede

Smještaj prednje grede u platformi prokazuje slika 4.29.



Slika 4.29 Prednja greda u platformi

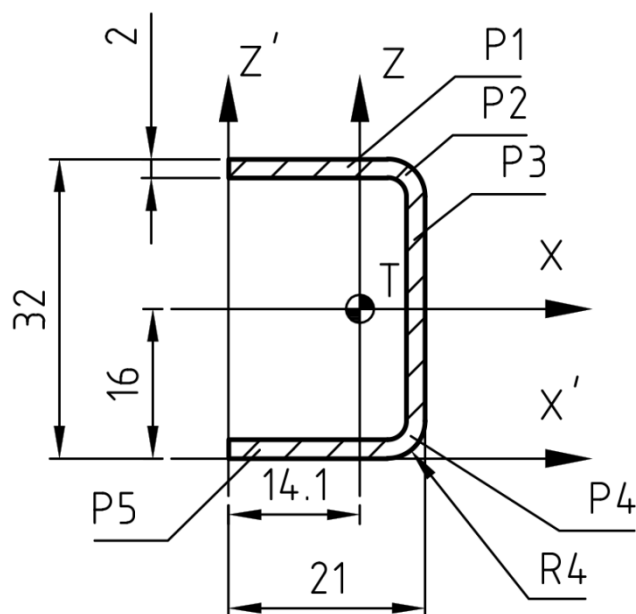
Slika 4.30 prikazuje skicu prednje grede i mjesto presjeka *A-A* i udaljenost središta provrta, odnosno pravca sile povlačenja od promatranog presjeka *A-A*.



Slika 4.30 Skica prednje grede

Promatrani presjek ima izgled kao što prikazuje slika 4.31.

radijusi savijanja R2



Slika 4.31 Kritični presjek prednje grede

Tablica 4.3 prikazuje površine i koordinate težišta presjeka prednje grede izuzev koordinata na z' osi pošto je vidljivo sa slike 4.31 da je presjek simetričan obzirom na horizontalnu os, os x .

Tablica 4.3 Površine i koordinate težišta presjeka prednje grede

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]	Koordinate osi x' x' [mm]
P_1, x_1', z_1'	34	8,5
P_2, x_2', z_2'	9,4	19
P_3, x_3', z_3'	48	20
P_4, x_4', z_4'	9,4	19
P_5, x_5', z_5'	34	8,5

Određivanje koordinate osi z na osi x' prikazuje izraz (4.75).

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^5 P_i * x_i}{\sum_{i=1}^5 P_i} = \frac{P_1 * x_1' + P_2 * x_2' + P_3 * x_3' + P_4 * x_4' + P_5 * x_5'}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5} = 14,1 \text{ mm} \quad (4.75)$$

Izračun momenta tromosti, u koordinatnom sustavu xz , pravokutnih presjeka prikazuju izrazi (4.76, 4.77, 4.78).

$$I_{1x} = \frac{z_{12}^3 - z_{11}^3}{3} (x_{12} - x_{11}) = \frac{2,90^3 - (-14,1)^3}{3} * (16 - 14) = 1\,869,21 \text{ mm}^4 \quad (4.76)$$

$$I_{3x} = \frac{z_{32}^3 - z_{31}^3}{3} (x_{32} - x_{31}) = \frac{12^3 - (-12)^3}{3} * (6,9 - 4,9) = 2\,304,00 \text{ mm}^4 \quad (4.77)$$

$$I_{5x} = I_{1x} = 1\,869,21 \text{ mm}^4 \quad (4.78)$$

Moment otpora složenog presjeka se raščlanjuje na dva osnovna presjeka, zatim sa određuje moment tromosti za svaki član složenog presjeka. Postupak određivanja momenta otpora neposrednim integriranjem je jednostavniji u lokalnom koordinatnom sustavu. Izraz (4.79) prikazuje određivanje momenta tromosti u koordinatnom sustavu $\zeta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za prvi dio isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa 6mm i vanjskog radijusa 11mm.

$$I_{2\xi 1} = \int_0^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = \int_0^6 \int_{\sqrt{6^2-\xi^2}}^{\sqrt{11^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi \quad (4.79)$$

$$= \frac{533\sqrt{85}}{4} - 81\pi + \frac{14\,641}{8} \arcsin \frac{6}{11} = 2\,029,89 \text{ mm}^4$$

Izraz (4.80) prikazuje određivanje momenta tromosti u koordinatnom sustavu $\zeta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za drugi dio isječka kružnog vijenca, krivuljni trokut radijusa zakrivljene stranice 11 mm.

$$I_{2\xi 2} = \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = \int_6^{11} \int_0^{\sqrt{11^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = -\frac{533\sqrt{85}}{4} + \frac{14\,641}{8} \arccos \frac{6}{11} \quad (4.80)$$

$$= 590,393 \text{ mm}^4$$

Zbroj momenata tromosti $I_{2\xi 1}$ i $I_{2\xi 2}$ čini moment tromosti $I_{2\xi}$ na području P_2 kao što prikazuje izraz (4.81).

$$I_{2\xi} = I_{2\xi 1} + I_{2\xi 2} = 2\,029,89 + 590,393 = 2\,620,28 \text{ mm}^4 \quad (4.81)$$

Preračunavanje momenta tromosti iz koordinatnog sustava $\zeta\zeta$ u koordinatni sustav xz primjenom Steinerovog dodatka prikazuje izraz (4.82).

$$I_{2x} = I_{2\xi} + l_{2z}^2 * P_2 = 2\,620,28 + 12^2 * 9,4 = 3\,979,64 \text{ mm}^4 \quad (4.82)$$

Obzirom da je presjek P_4 zrcalan s presjekom P_2 obzirom na os x vrijedi izraz (4.83).

$$I_{4x} = I_{2x} = 3\,979,64 \text{ mm}^4 \quad (4.83)$$

Ukupni moment tromosti je jednak zbroju momenta tromosti pojedinačnih presjeka kao što prikazuje izraz (4.84).

$$\begin{aligned}
 I_x &= \sum_{i=1}^5 I_{ix} = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} + I_{4x} + I_{5x} \\
 &= 1\,869,21 + 3\,979,64 + 2\,304,00 + 3\,979,64 + 1\,869,21 \\
 &= 14\,001,7 \text{ mm}^4
 \end{aligned}
 \tag{4.84}$$

Moment otpora je jednak u gornjem i donjem djelu presjeka i računa se prema izrazu (4.85).

$$W = \frac{I_x}{e} = \frac{14\,001,7}{16} = 875,107 \text{ mm}^3
 \tag{4.85}$$

Sila povlačenja je reakcija na povlačenje podizne platforme iz kamiona za ručku uz uračunatu masu pumpe i faktora trenja kliznih ležaja na kojima se nalazi podizna platforma. Izraz (4.86) prikazuje izračun iznosa sile povlačenja.

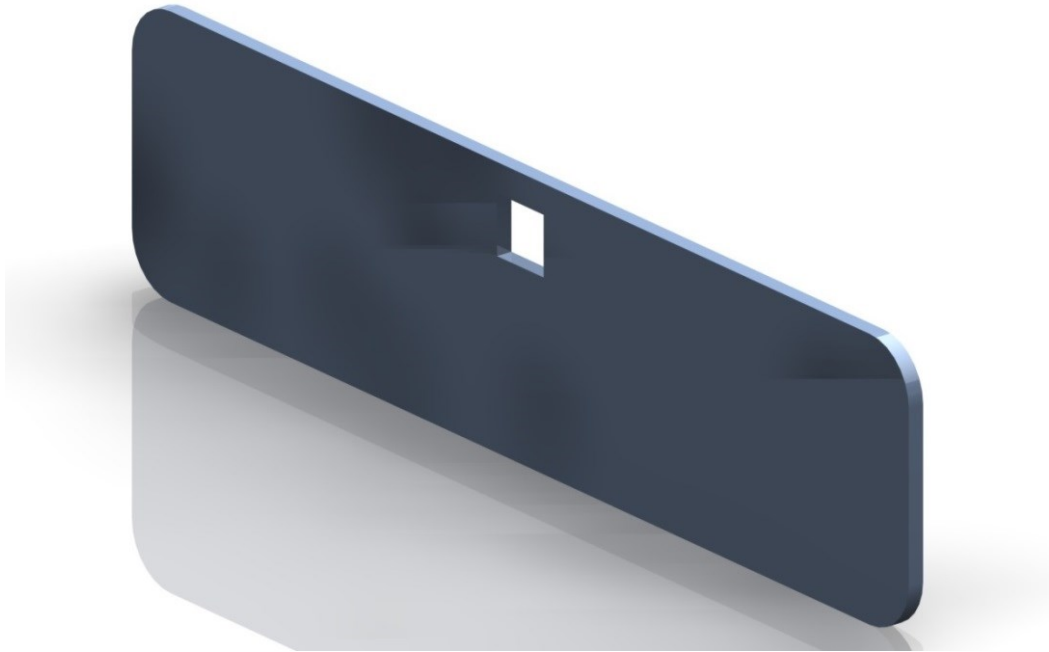
$$F_{\text{povlačenja}} = \mu_{\text{ležaja}} * F = 0,002 * 921,82 = 1,84 \text{ N}
 \tag{4.86}$$

Izračun naprezanja presjeka prednje grede prikazuje izraz (4.87), gdje je M_s moment savijanja podizne platforme pod djelovanjem sile u središtu provrta za dosjed ručke na udaljenosti do promatranog presjeka.

$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F_{\text{povlačenja}} * l_y}{W} = \frac{1,84 * 15}{875,107} = 0,032 \text{ MPa}
 \tag{4.87}$$

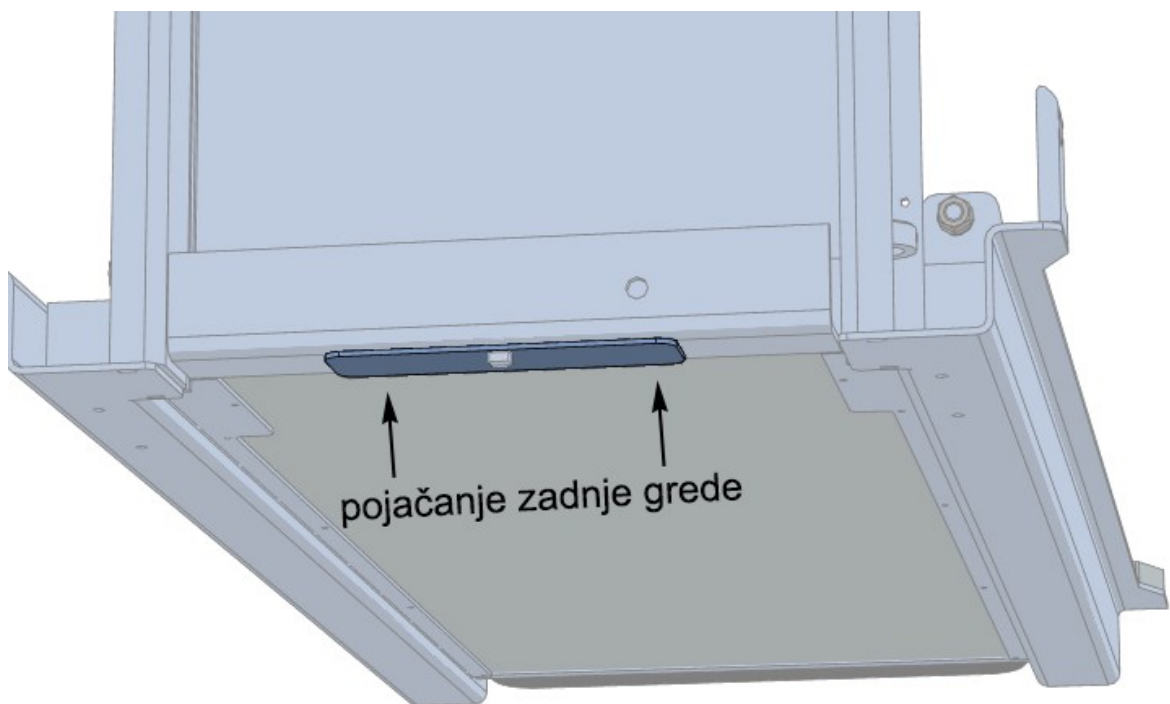
4.9 Naprezanje u presjeku pojačanja i zadnje grede

Pojačanje zadnje grede je ravni limeni element s namjenom smanjenja stvarnih naprezanja uz rubno područje zadnje grede u blizini lančanog držača. Pojačanje pomaže u smanjenju smičnih naprezanja uz rubni dio zadnje grede na račun povećanja naprezanja na savijanje zadnje grede i pojačanja. Preveliko smično naprezanje u rubnom području zadnje grede može dovesti do loma zadnje grede pri čemu lančani držač klizi iz četvrtastog proreza u donjem dijelu zadnje grede. Foto realistični prikaz pojačanja prikazuje slika 4.32.



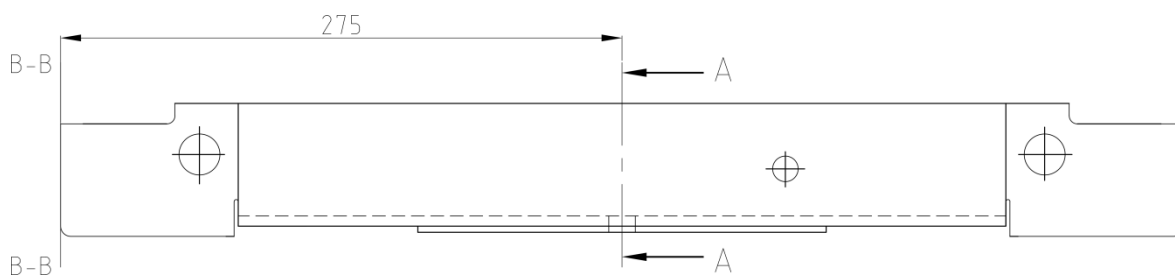
Slika 4.32 Foto realistični prikaz pojačanja

Mjesto pojačanja zadnje grede u podiznoj platformi prikazuje slika 4.33.

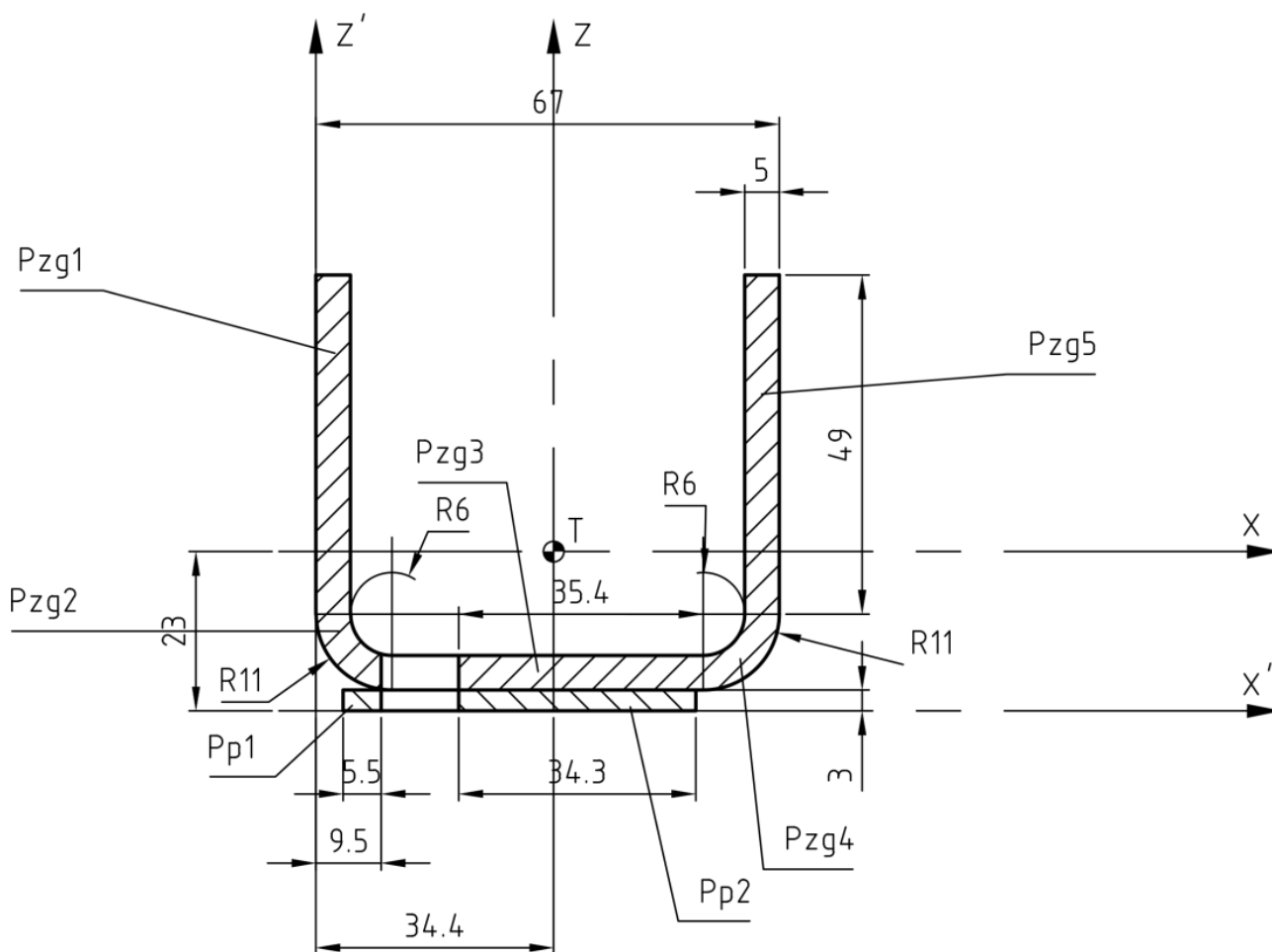


Slika 4.33 Pojačanje prednje grede u podiznoj platformi

Kontrolni proračun zadnje grede i pojačanja obuhvaća kontrolni proračun naprezanja u zajedničkom poprečnom presjeku pri opterećenju pojačanja na savijanje oba elementa silom u ravnini *B-B* kao što prikazuje slika 4.34.

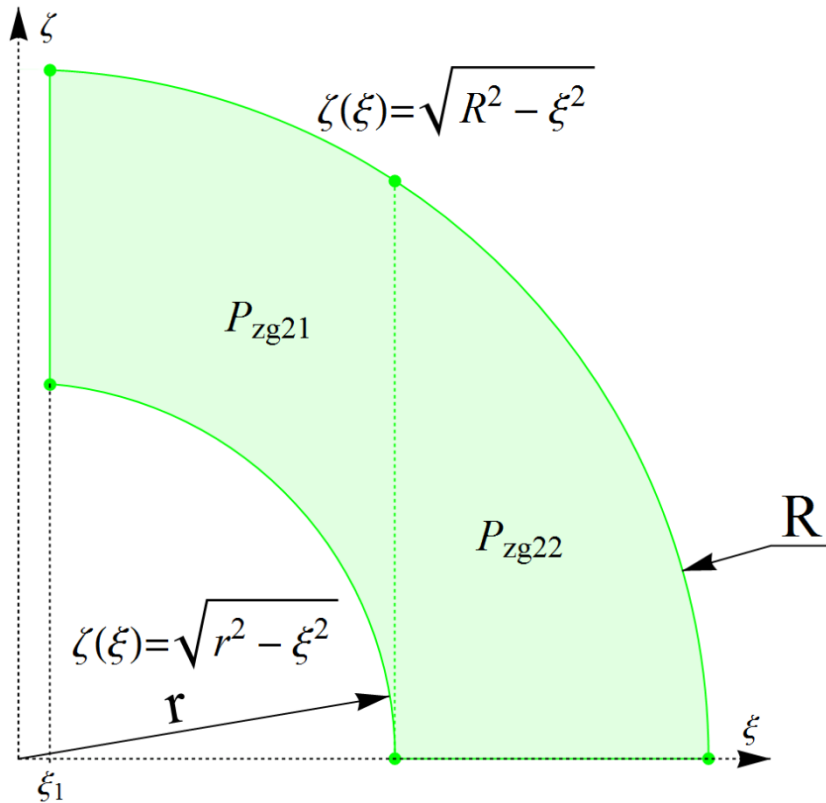


Slika 4.34 Zadnja greda i podizna platforma



Slika 4.35 Presjek A-A zadnje grede i pojačanja

Kod posebno određenih presjeka, za što se rijetko pronalaze formule za izračun površine i koordinata težišta istog presjeka, moguće je razviti formule integriranjem. Na primjeru odsječka isječka kružnog vijenca, svijetlozeleni presjek na slici 4.35, je potrebno raščlaniti presjek P_{zg2} na dva osnovna presjeka P_{zg21} i P_{zg22} .



Slika 4.36 Odsječak isječka kružnog vijenca

Razvoj formule za izračun površine P_{zg21} prikazuje izraz (4.88). Formula, rješenje izraza (4.88) vrijedi za sve realne brojeve od 0 do r na ξ osi na odsječku isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa r i vanjskog radijusa R .

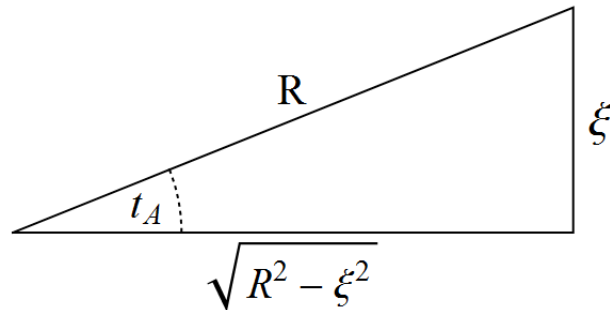
$$\begin{aligned}
 P_{zg21} &= \int_{\xi_1}^r \int_{\sqrt{r^2 - \xi^2}}^{\sqrt{R^2 - \xi^2}} d\zeta d\xi = \int_{\xi_1}^r [\zeta]_{\sqrt{r^2 - \xi^2}}^{\sqrt{R^2 - \xi^2}} d\xi = \int_{\xi_1}^r (\sqrt{R^2 - \xi^2} - \sqrt{r^2 - \xi^2}) d\xi \\
 &= \int_{\xi_1}^r \sqrt{R^2 - \xi^2} d\xi - \int_{\xi_1}^r \sqrt{r^2 - \xi^2} d\xi \\
 &= \left[\frac{R^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi}{R} + \frac{\xi \sqrt{R^2 - \xi^2}}{R^2} \right) - \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi}{r} + \frac{\xi \sqrt{r^2 - \xi^2}}{r^2} \right) \right]_{\xi_1}^r \quad (4.88) \\
 &= \frac{R^2}{2} \left(\arcsin \frac{r}{R} + \frac{r \sqrt{R^2 - r^2}}{R^2} \right) - \frac{r^2 \pi}{4} \\
 &\quad - \left[\frac{R^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi_1}{R} + \frac{\xi_1 \sqrt{R^2 - \xi_1^2}}{R^2} \right) - \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi_1}{r} + \frac{\xi_1 \sqrt{r^2 - \xi_1^2}}{r^2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Rješenje određenog integrala primjenom supstitucije može proizaći integriranjem sa novim granica integracije ili rješavanjem neodređenog integrala uz povrat supstitucije u rješenje neodređenog integrala. Izraz (4.90) prikazuje postupak rješavanja neodređenog integrala uz primjenu supstitucije iz izraza (4.89). Izraz (4.90) je međukorak u izrazu (4.88).

$$\left| \begin{array}{l} \xi = R \sin t_A \rightarrow t_A = \arcsin \frac{\xi}{R} \\ d\xi = R \cos t_A \end{array} \right| \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 t_A} (R \cos t_A) dt_A &= R^2 \int \sqrt{1 - \sin^2 t_A} \cos t_A dt_A \\ &= R^2 \int \cos^2 t_A dt_A = R^2 \int \frac{1 + \cos(2t_A)}{2} dt_A \\ &= \frac{R^2}{2} \left[\int dt_A + \frac{1}{2} \int \cos(2t_A) d(2t_A) \right] = \frac{R^2}{2} \left(t_A + c_1 + \frac{\sin(2t_A)}{2} + c_2 \right) \\ &= \frac{R^2}{2} \left(t_A + \frac{2 \sin t_A \cos t_A}{2} \right) = \frac{R^2}{2} (t_A + \sin t_A \cos t_A) \end{aligned} \quad (4.90)$$

Zatim slijedi vraćanje supstitucije uz korištenje Pitagorinog poučka kao što prikazuje slika 4.37, gdje je: R hipotenuza, ξ kateta nasuprotna kutu t_A , i $\sqrt{R^2 - \xi^2}$ kateta uz kut t_A .



Slika 4.37 Pitagorin poučak u granicama integrala

Isti postupak vrijedi za izračun neodređenog integrala u izrazu (4.92) uz primjenu supstitucije iz izraza (4.91).

$$\left| \begin{array}{l} \xi = r \sin t_B \rightarrow t_B = \arcsin \frac{\xi}{r} \\ d\xi = r \cos t_B \end{array} \right| \quad (4.91)$$

$$\int \sqrt{r^2 - r^2 \sin^2 t_B} (r \cos t_B) dt_B = \frac{r^2}{2} (t_B + \sin t_B \cos t_B) \quad (4.92)$$

³ *sqrt* je oznaka funkcije korijena nastala skraćivanjem engleskih riječi *square root* što znači drugi korijen.

Lik površine P_{zg22} je krivuljni trokut s vertikalnom, horizontalnom i zakrivljenom stranicom. Izraz (4.93) prikazuje razvoj formule za izračun površine krivuljnog trokuta s granicama od r do R na ζ osi i u rasponu od nule do krivulje $\sqrt{R^2 - \zeta^2}$ na ζ osi.

$$\begin{aligned}
 P_{zg22} &= \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2 - \zeta^2}} d\zeta d\xi = \int_r^R [\zeta]_0^{\sqrt{R^2 - \zeta^2}} d\zeta = \int_r^R \sqrt{R^2 - \zeta^2} d\zeta \\
 &= \frac{R^2}{2} \left[\arcsin \frac{\zeta}{R} + \frac{\zeta \sqrt{R^2 - \zeta^2}}{R^2} \right]_r^R = \frac{R^2 \pi}{4} - \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{r}{R} - \frac{r \sqrt{R^2 - r^2}}{2}
 \end{aligned} \tag{4.93}$$

Izraz (4.95) prikazuje postupak rješavanja neodređenog integrala uz primjenu supstitucije iz izraza (4.94). Izraz (4.95) je međukorak u izrazu (4.93).

$$\left| \begin{aligned} \xi &= R \sin t_c \rightarrow t_c = \arcsin \frac{\xi}{R} \\ d\xi &= R \cos t_c dt_c \end{aligned} \right| \tag{4.94}$$

$$\begin{aligned}
 \int \sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 t_c} (R \cos t_c) dt_c &= R^2 \int \sqrt{1 - \sin^2 t_c} \cos t_c dt_c \\
 &= R^2 \int \cos^2 t_c dt_c = R^2 \int \frac{1 + \cos 2t_c}{2} dt_c \\
 &= \frac{R^2}{2} \left(\int dt_c + \frac{1}{2} \int \cos 2t_c d(2t_c) \right) = \frac{R^2}{2} \left(t_c + \underset{0}{c_1} + \frac{\sin 2t_c}{2} + \underset{0}{c_2} \right) \\
 &= \frac{R^2}{2} \left(t_c + \frac{\sin 2t_c}{2} \right) = \frac{R^2}{2} (t_c + \sin t_c \cos t_c)
 \end{aligned} \tag{4.95}$$

Izraz (4.96) prikazuje izračun površine P_{zg21} prvog lika.

$$\begin{aligned}
P_{zg21} &= \frac{R^2}{2} \left(\arcsin \frac{r}{R} + \frac{r\sqrt{R^2 - r^2}}{R^2} \right) - \frac{r^2\pi}{4} \\
&\quad - \left[\frac{R^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi_1}{R} + \frac{\xi_1\sqrt{R^2 - \xi_1^2}}{R^2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{\xi_1}{r} + \frac{\xi_1\sqrt{r^2 - \xi_1^2}}{r^2} \right) \right] \\
&= \frac{11^2}{2} \left(\arcsin \frac{6}{11} + \frac{6\sqrt{11^2 - 6^2}}{11^2} \right) - \frac{6^2\pi}{4} \\
&\quad - \left[\frac{11^2}{2} \left(\arcsin \frac{0,5}{11} + \frac{0,5\sqrt{11^2 - 0,5^2}}{11^2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{6^2}{2} \left(\arcsin \frac{0,5}{6} + \frac{0,5\sqrt{6^2 - 0,5^2}}{6^2} \right) \right] = 31,79 \text{ mm}^2
\end{aligned} \tag{4.96}$$

Izraz (4.97) prikazuje izračun površine P_{zg22} krivuljnog trokuta.

$$\begin{aligned}
P_{zg22} &= \frac{R^2\pi}{4} - \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{r}{R} - \frac{r\sqrt{R^2 - r^2}}{2} = \frac{11^2\pi}{4} - \frac{11^2}{2} \arcsin \frac{6}{11} - \frac{6\sqrt{11^2 - 6^2}}{2} \\
&= 32,47 \text{ mm}^2
\end{aligned} \tag{4.97}$$

Površina odsječka isječka kružnog vijenca je zbroj površina prvog lika i krivuljnog trokuta kao što prikazuje izraz (4.98).

$$P_{zg2} = P_{zg21} + P_{zg22} = 31,79 + 32,47 = 64,26 \text{ mm}^2 \tag{4.98}$$

Postupak određivanja koordinata težišta složenog lika površine P_{zg2} se računa primjenom općih izraza (4.99, 4.100) iz [8]. Izraz (4.99) vrijedi za izračun težišta na ξ osi, a izraz (4.100) vrijedi za izračun težišta na ζ osi.

$$\xi = \frac{\int_P \xi dP}{P} = \frac{\iint \xi d\zeta d\xi}{\iint d\zeta d\xi} \tag{4.99}$$

$$\zeta = \frac{\int_P \zeta dP}{P} = \frac{\iint \zeta d\zeta d\xi}{\iint d\zeta d\xi} \tag{4.100}$$

Kod određivanja težišta složenog presjeka vrijedi isti princip kao kod određivanja površina što podrazumijeva raščlanjivanje na osnovne presjeke. Na osnovnim presjecima se razvijaju formule težišta, zatim se koordinate pojedinih presjeka za svaku os množe s površinom istog presjeka, zatim zbrajaju s ostalim članovima i zbroj se dijeli s iznosom

ukupne površine. Izračun nazivnika iz izraza (4.99), međukorak u izračunu koordinate prvog presjeka na osi ζ prikazuje izraz (4.101).

$$\begin{aligned}
\int_P \xi dP &= \int_{\xi_1}^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \xi d\zeta d\xi = \int_{\xi_1}^r \xi * [\zeta]_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} d\xi \\
&= \int_{\xi_1}^r \xi(\sqrt{R^2-\xi^2} - \sqrt{r^2-\xi^2}) d\xi \\
&= \int_{\xi_1}^r \xi\sqrt{R^2-\xi^2} d\xi - \int_{\xi_1}^r \xi\sqrt{r^2-\xi^2} d\xi \\
&= \left[-\frac{(R^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}}}{3} - \left(-\frac{(r^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \right) \right]_{\xi_1}^r \\
&= \left[\frac{-(R^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}} + (r^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \right]_{\xi_1}^r \\
&= \frac{-(R^2-r^2)^{\frac{3}{2}} - \left[-(R^2-\xi_1^2)^{\frac{3}{2}} + (r^2-\xi_1^2)^{\frac{3}{2}} \right]}{3} \\
&= \frac{(R^2-\xi_1^2)^{\frac{3}{2}} - (r^2-\xi_1^2)^{\frac{3}{2}} - (R^2-r^2)^{\frac{3}{2}}}{3}
\end{aligned} \tag{4.101}$$

Izraz (4.103) prikazuje postupak rješavanja neodređenog integrala uz primjenu supstitucije iz izraza (4.102). Izraz (4.103) je prvi međukorak u izrazu (4.102).

$$\begin{cases} R^2 - \xi^2 = t_C \\ -2\xi d\xi = dt_C \\ \xi d\xi = -\frac{1}{2} dt_C \end{cases} \tag{4.102}$$

$$-\frac{1}{2} \int \sqrt{t_C} dt_C = -\frac{1}{2} \frac{t_C^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \underset{0}{C} = -\frac{t_C^{\frac{3}{2}}}{3} \tag{4.103}$$

Izraz (4.105) prikazuje postupak rješavanja neodređenog integrala uz primjenu supstitucije iz izraza (4.104). Izraz (4.105) je drugi međukorak u izrazu (4.101).

$$\begin{cases} r^2 - \xi^2 = t_D \\ -2\xi d\xi = dt_D \\ \xi d\xi = -\frac{1}{2} dt_D \end{cases} \tag{4.104}$$

$$-\frac{1}{2} \int \sqrt{t_D} dt_D = -\frac{1}{2} \frac{t_D^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{C}{0} = -\frac{t_D^{\frac{3}{2}}}{3} \quad (4.105)$$

Izračun nazivnika iz izraza (4.102), međukorak u izračunu koordinate prvog presjeka na osi ζ prikazuje izraz (4.106).

$$\begin{aligned} \int_P \zeta dP &= \int_{\xi_1}^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta d\zeta d\xi = \int_{\xi_1}^r \left[\frac{\zeta^2}{2} \right]_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_{\xi_1}^r \left[(\sqrt{R^2-\xi^2})^2 - (\sqrt{r^2-\xi^2})^2 \right] d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_{\xi_1}^r (R^2 - \xi^2 - r^2 + \xi^2) d\xi = \frac{R^2 - r^2}{2} \int_{\xi_1}^r d\xi = \frac{R^2 - r^2}{2} [\xi]_{\xi_1}^r \\ &= \frac{R^2 - r^2}{2} (r - \xi_1) \end{aligned} \quad (4.106)$$

Izračun nazivnika iz izraza (4.99), međukorak u izračunu koordinate krivuljnog trokuta na osi ζ prikazuje izraz (4.107).

$$\begin{aligned} \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \xi d\zeta d\xi &= \int_r^R \xi [\zeta]_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} d\xi = \int_r^R \xi \sqrt{R^2-\xi^2} d\xi \\ &= -\frac{1}{2} \int_r^R \sqrt{R^2-\xi^2} d(R^2-\xi^2) = -\frac{1}{2} \left[\frac{(R^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_r^R \\ &= -\left[\frac{(R^2-\xi^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \right]_r^R = \frac{(R^2-r^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \end{aligned} \quad (4.107)$$

Izračun nazivnika iz izraza (4.100), međukorak u izračunu koordinate krivuljnog trokuta na osi ζ prikazuje izraz (4.108).

$$\begin{aligned} \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta d\zeta d\xi &= \int_r^R \left[\frac{\zeta^2}{2} \right]_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} d\xi = \frac{1}{2} \int_r^R (R^2 - \xi^2) d\xi = \frac{1}{2} \left(R^2 \int_r^R d\xi - \int_r^R \xi^2 d\xi \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[R^2 \xi - \frac{\xi^3}{3} \right]_r^R = \frac{1}{2} \left[R^3 - \frac{R^3}{3} - \left(R^2 r - \frac{r^3}{3} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2R^3}{3} - R^2 r + \frac{r^3}{3} \right) \end{aligned} \quad (4.108)$$

Izračun koordinate težišta prvog presjeka na osi ζ omeđenog vertikalnim pravcima što sijeku os ζ u koordinatama ζ_1 i r i dvjema krivuljama: odozdo radijusa 6 mm i odozgo 11 mm prikazuje izraz (4.109).

$$\begin{aligned}\xi_{21} &= \frac{\frac{(R^2 - \xi_1^2)^{\frac{3}{2}} - (r^2 - \xi_1^2)^{\frac{3}{2}} - (R^2 - r^2)^{\frac{3}{2}}}{3}}{P_{21}} = \frac{\frac{(11^2 - 0,5^2)^{\frac{3}{2}} - (6^2 - 0,5^2)^{\frac{3}{2}} - (11^2 - 6^2)^{\frac{3}{2}}}{3}}{31,79} = \frac{109,90}{31,79} \\ &= 3,46 \text{ mm}\end{aligned}\quad (4.109)$$

Izračun koordinate težišta prvog presjeka na osi ζ omeđenog vertikalnim pravcima što sijeku os ζ u koordinatama ζ_1 i r i dvjema krivuljama odozdo i odozgo radijusa 6 mm i 11 mm prikazuje izraz (4.110).

$$\zeta_{21} = \frac{\frac{R^2 - r^2}{2}(r - \xi_1)}{P_{21}} = \frac{\frac{11^2 - 6^2}{2}(6 - 0,5)}{31,79} = \frac{233,75}{31,79} = 7,35 \text{ mm} \quad (4.110)$$

Izračun koordinate težišta krivuljnog trokuta na osi ζ omeđenog vertikalnim pravcem što siječe os ζ u koordinati r , horizontalnim pravcem što prolazi središtem koordinatnog sustava i krivuljom radijusa 11 mm odozgo prikazuje izraz (4.111).

$$\xi_{22} = \frac{\frac{(R^2 - r^2)^{\frac{3}{2}}}{3}}{P_{22}} = \frac{\frac{(11^2 - 6^2)^{\frac{3}{2}}}{3}}{32,47} = \frac{261,22}{32,47} = 8,05 \text{ mm} \quad (4.111)$$

Izračun koordinate težišta krivuljnog trokuta na osi ζ omeđenog vertikalnim pravcem što siječe os ζ u koordinati r , horizontalnim pravcem što prolazi središtem koordinatnog sustava i krivuljom radijusa 11 mm odozgo prikazuje izraz (4.112).

$$\zeta_{22} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2R^3}{3} - R^2r + \frac{r^3}{3}\right)}{P_{22}} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2 \cdot 11^3}{3} - 11^2 \cdot 6 + \frac{6^3}{3}\right)}{32,47} = \frac{116,67}{32,59} = 3,59 \text{ mm} \quad (4.112)$$

Izraz (4.113) prikazuje postupak izračuna koordinate težišta složenog presjeka na osi ζ .

$$\begin{aligned}\xi_2 &= \frac{\sum_{i=1}^2 P_{2i} * \xi_{2i}}{P_2} = \frac{P_{21} * \xi_{21} + P_{22} * \xi_{22}}{P_2} = \frac{31,79 * 3,46 + 32,47 * 8,05}{64,26} \\ &= \frac{371,38}{64,26} = 5,78 \text{ mm}\end{aligned}\quad (4.113)$$

Izraz (4.114) prikazuje postupak izračuna koordinate težišta složenog presjeka na osi ζ .

$$\begin{aligned}\zeta_2 &= \frac{\sum_{i=1}^2 P_{2i} * \zeta_{2i}}{P_2} = \frac{P_{21} * \zeta_{21} + P_{22} * \zeta_{22}}{P_2} = \frac{31,79 * 7,35 + 32,47 * 3,59}{64,26} \\ &= \frac{350,22}{64,26} = 5,45 \text{ mm}\end{aligned}\quad (4.114)$$

Površine i koordinate jednostavnih likova zajedno sa preračunatim koordinatama složenog presjeka na osi x' i z' prikazuje tablica 4.4.

Tablica 4.4 Površine i koordinate težišta presjeka zadnje grede i pojačanja

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]	koordinate osi x' x' [mm]	koordinate osi z' z' [mm]
$P_{zg1}, x_{zg1}', z_{zg1}'$	245,0	2,50	38,5
$P_{zg2}, x_{zg2}', z_{zg2}'$	64,26	4,22	8,55
$P_{zg3}, x_{zg3}', z_{zg3}'$	177,0	38,2	5,50
$P_{zg4}, x_{zg4}', z_{zg4}'$	66,76	61,5	8,43
$P_{zg5}, x_{zg5}', z_{zg5}'$	245,0	64,5	38,5
P_{p1}, x_{p1}', z_{p1}'	16,50	6,75	1,50
P_{p2}, x_{p2}', z_{p2}'	102,9	37,7	1,50

Određivanje koordinate osi z na osi x' prikazuje izraz (4.115).

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{\sum_{i=1}^5 P_{zgi} x'_{zgi} + \sum_{j=1}^2 P_{pj} x'_{pj}}{\sum_{i=1}^5 P_{zgi} + \sum_{j=1}^2 P_{pj}} \\
 &= \frac{P_{zg1} x'_{zg1} + P_{zg2} x'_{zg2} + P_{zg3} x'_{zg3} + P_{zg4} x'_{zg4} + P_{zg5} x'_{zg5} + P_{p1} x'_{p1} + P_{p2} x'_{p2}}{P_{zg1} + P_{zg2} + P_{zg3} + P_{zg4} + P_{zg5} + P_{p1} + P_{p2}} = \quad (4.115) \\
 &= 34,4 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Određivanje koordinate osi x na osi z' prikazuje izraz (4.116).

$$\begin{aligned}
 z' &= \frac{\sum_{i=1}^5 P_{zgi} z'_{zgi} + \sum_{j=1}^2 P_{pj} z'_{pj}}{\sum_{i=1}^5 P_{zgi} + \sum_{j=1}^2 P_{pj}} \\
 &= \frac{P_{zg1} z'_{zg1} + P_{zg2} z'_{zg2} + P_{zg3} z'_{zg3} + P_{zg4} z'_{zg4} + P_{zg5} z'_{zg5} + P_{p1} z'_{p1} + P_{p2} z'_{p2}}{P_{zg1} + P_{zg2} + P_{zg3} + P_{zg4} + P_{zg5} + P_{p1} + P_{p2}} = \quad (4.116) \\
 &= 23,0 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Izračun momenta tromosti, u koordinatnom sustavu xz , pravokutnih presjeka prikazuju izrazi (4.117, 4.118, 4.119, 4.120, 4.121), gdje su I_{zg} moment tromosti presjeka zadnje grede i I_p moment tromosti presjeka pojačanja.

$$\begin{aligned}
 I_{zg1x} &= \frac{z_{zg12}^3 - z_{zg11}^3}{3} (x_{zg12} - x_{zg11}) = \frac{50^3 - (-9)^3}{3} [-29,4 - (-34,4)] \\
 &= 209\,548 \text{ mm}^4 \quad (4.117)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{zg3x} &= \frac{z_{zg32}^3 - z_{zg31}^3}{3} (x_{zg32} - x_{zg31}) = \frac{-15^3 - (-20)^3}{3} [20,4 - (-13,9)] \\
 &= 52\,879,2 \text{ mm}^4 \quad (4.118)
 \end{aligned}$$

$$I_{zg5x} = \frac{z_{zg52}^3 - z_{zg51}^3}{3} (x_{zg52} - x_{zg51}) = \frac{50^3 - (-9)^3}{3} (32,6 - 27,6) \quad (4.119)$$

$$= 209\,548 \text{ mm}^4$$

$$I_{p1x} = \frac{z_{p12}^3 - z_{p11}^3}{3} (x_{p12} - x_{p11}) = \frac{-20^3 - (-23)^3}{3} [-24,9 - (-30,4)] \quad (4.120)$$

$$= 7\,639,5 \text{ mm}^4$$

$$I_{p2x} = \frac{z_{p22}^3 - z_{p21}^3}{3} (x_{p22} - x_{p21}) = \frac{-20^3 - (-23)^3}{3} [20,5 - (-13,9)] \quad (4.121)$$

$$= 47\,781,6 \text{ mm}^4$$

Izraz (4.122) prikazuje određivanje momenta tromosti $I_{zg2\zeta1}$ presjeka $P_{zg2\zeta1}$ u koordinatnom sustavu $\zeta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za prvi dio isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa 6 mm i vanjskog radijusa 11 mm.

$$I_{zg2\zeta1} = \int_{\xi_1}^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = \int_{0.5}^6 \int_{\sqrt{6^2-\xi^2}}^{\sqrt{11^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = 1844,16 - 4,39259 * 10^{-14} i \quad (4.122)$$

$$\approx 1\,844,16 \text{ mm}^4$$

Izraz (4.122) prikazuje određivanje momenta tromosti $I_{zg2\zeta2}$ presjeka $P_{zg2\zeta2}$ u koordinatnom sustavu $\zeta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za drugi dio isječka kružnog vijenca, krivuljnog trokuta radijusa krivulje 11 mm.

$$I_{zg2\zeta2} = \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = \int_6^{11} \int_0^{\sqrt{11^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = -\frac{533\sqrt{85}}{4} + \frac{14\,641}{8} \arccos \frac{6}{11} \quad (4.123)$$

$$= 590,393 \text{ mm}^4$$

Iznos momenta tromosti $I_{2\zeta}$ isječka kružnog vijenca je jednak zbroju momenata tromosti $I_{2\zeta1}$ i $I_{2\zeta2}$ kao što prikazuje izraz (4.124).

$$I_{zg2\zeta} = I_{zg2\zeta1} + I_{zg2\zeta2} = 2\,029,89 + 590,393 = 2\,620,28 \text{ mm}^4 \quad (4.124)$$

Iznos momenta tromosti preračunat iz lokalnog koordinatnog sustava $\zeta\zeta$ u koordinatni sustav xz primjenom Steinerovog dodatka prikazuje izraz (4.125).

$$I_{zg2x} = I_{zg2\zeta} + l_{2x}^2 * P_{zg2} = 2\,620,28 + 9^2 * 64,26 = 7\,825,34 \text{ mm}^4 \quad (4.125)$$

Izraz (4.126) prikazuje određivanje momenta tromosti $I_{zg4\zeta1}$ presjeka $P_{zg4\zeta1}$ u koordinatnom sustavu $\zeta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za prvi dio isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa 6 mm i vanjskog radijusa 11 mm.

$$I_{zg2\xi1} = \int_0^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi = \int_0^6 \int_{\sqrt{6^2-\xi^2}}^{\sqrt{11^2-\xi^2}} \zeta^2 d\zeta d\xi \quad (4.126)$$

$$= \frac{533\sqrt{85}}{4} - 81\pi + \frac{14\,641}{8} \arcsin \frac{6}{11} = 2\,029,89 \text{ mm}^4$$

Presjeci $P_{zg2\xi2}$ i $P_{zg4\xi2}$ su jednaki stoga vrijedi izraz (4.127).

$$I_{zg4\xi2} = I_{zg2\xi2} = 590,393 \text{ mm}^4 \quad (4.127)$$

Iznos momenta tromosti $I_{zg4\xi}$ isječka kružnog vijenca je jednak zbroju momenata tromosti $I_{zg4\xi1}$ i $I_{zg4\xi2}$ kao što prikazuje izraz (4.128).

$$I_{zg4\xi} = I_{zg4\xi1} + I_{zg4\xi2} = 2\,029,89 + 590,393 = 2\,620,28 \text{ mm}^4 \quad (4.128)$$

Ukupni moment tromosti oko osi x je jednak zbroju momenta tromosti pojedinačnih presjeka kao što prikazuje izraz (4.129).

$$I_x = \sum_{i=1}^5 I_{zgi x} + \sum_{j=1}^2 I_{p j x} = I_{zg1x} + I_{zg2x} + I_{zg3x} + I_{zg4x} + I_{zg5x} + I_{p1x} + I_{p2x} \quad (4.129)$$

$$= 209\,548 + 7\,825,34 + 52\,879,2 + 2\,620,28 + 209\,548$$

$$+ 7\,639,5 + 47\,781,6 = 328\,143 \text{ mm}^4$$

Izračun momenta u gornjem djelu presjeka prikazuje izraz (4.130).

$$W_g = \frac{I_x}{e_1} = \frac{328\,146}{40} = 8\,206,59 \text{ mm}^3 \quad (4.130)$$

Izračun momenta u gornjem djelu presjeka prikazuje izraz (4.131).

$$W_d = \frac{I_x}{e_2} = \frac{328\,146}{23} = 14\,267,1 \text{ mm}^3 \quad (4.131)$$

Izračun najvećih prosječnih naprezanja u gornjem dijelu presjeka prikazuje izraz (4.132).

$$\sigma_g = \frac{M_s}{W_g} = \frac{F_{uk} * l_y}{W_g} = \frac{1\,843,64 * 25,5}{8\,206,59} = 5,67 \text{ MPa} \quad (4.132)$$

Izračun najvećih prosječnih naprezanja u donjem dijelu presjeka prikazuje izraz (4.133).

$$\sigma_d = \frac{M_s}{W_d} = \frac{F_{uk} * l_y}{W_d} = \frac{1\,843,64 * 25,5}{14\,267,1} = 3,26 \text{ MPa} \quad (4.133)$$

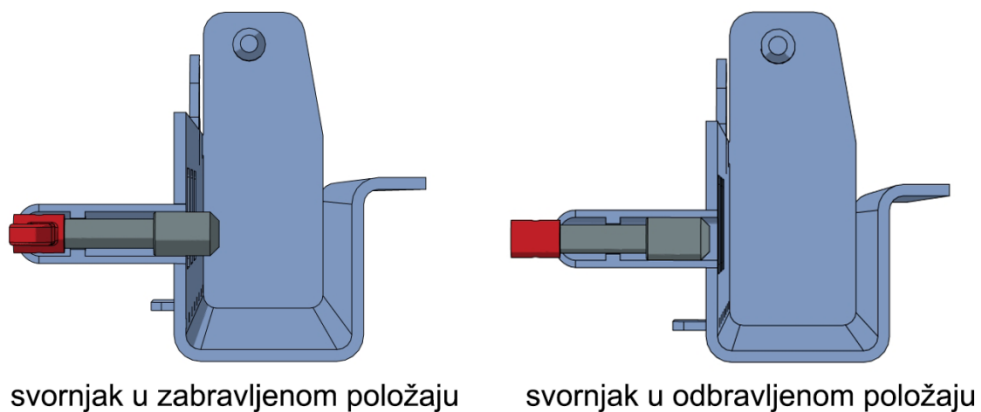
4.10 Naprezanje u presjeku svornjaka zabrave

Svornjak zabrave je pomični granični element namijenjen za završno osiguranje nepomičnosti pumpe na podiznoj platformi. Foto realistični prikaz svornjaka zabrave prikazuje slika 4.38.



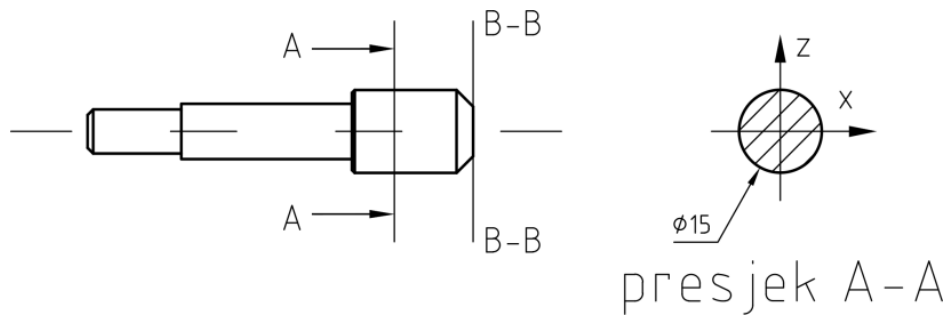
Slika 4.38 Foto realistični prikaz svornjaka zabrave

Završno osiguranje pumpe na platformi je ostvareno kada su oba svornjaka zabrave, na lijevoj i desnoj strani, u zabravljenom položaju kao što se vidi na lijevom dijelu slike 4.39 na primjeru desne zabrave.



Slika 4.39 Slikovni prikaz uloge svornjaka zabrave

Kontrolni proračun svornjaka zabrave se odnosi na slučaj kada pumpa sa pola svoje mase djeluje silom savijanja na svornjak zabrave u ravnini *B-B* kao što prikazuje slika 4.40.



Slika 4.40 Skica i kritični presjek svornjaka zavrave

Moment tromosti se računa prema izrazu (4.134), formulom iz literature [6, 7].

$$I_x = \frac{\pi * d^4}{64} = \frac{\pi * 15^4}{64} = 2\,485,05 \text{ mm}^4 \quad (4.134)$$

Izračun momenta otpora prikazuje izraz (4.135).

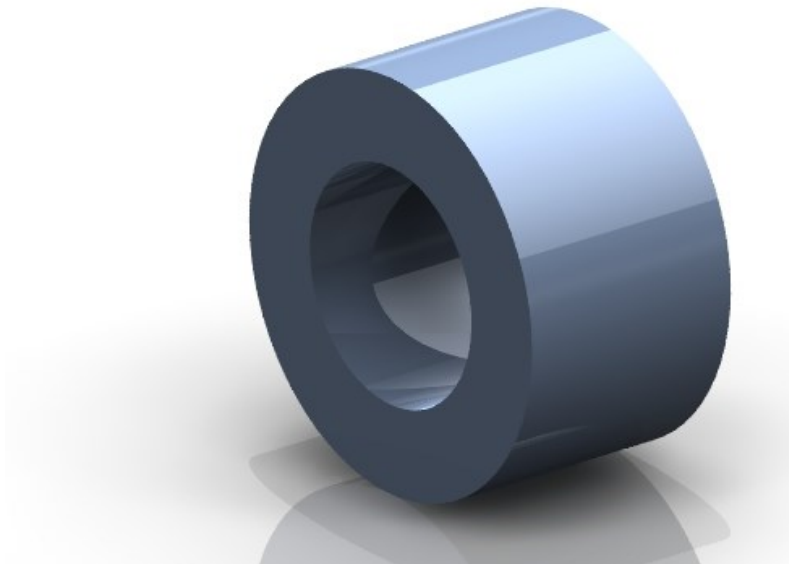
$$W = \frac{I_x}{e} = \frac{2\,485,05}{7,5} = 331,34 \text{ mm}^3 \quad (4.135)$$

Izračun najvećeg prosječnog naprezanje u presjeku svornjaka zavrave opterećenog na savijanje prikazuje izraz (4.136).

$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F * l_y}{W} = \frac{921,82 * 14,3}{331,34} = 39,78 \text{ MPa} \quad (4.136)$$

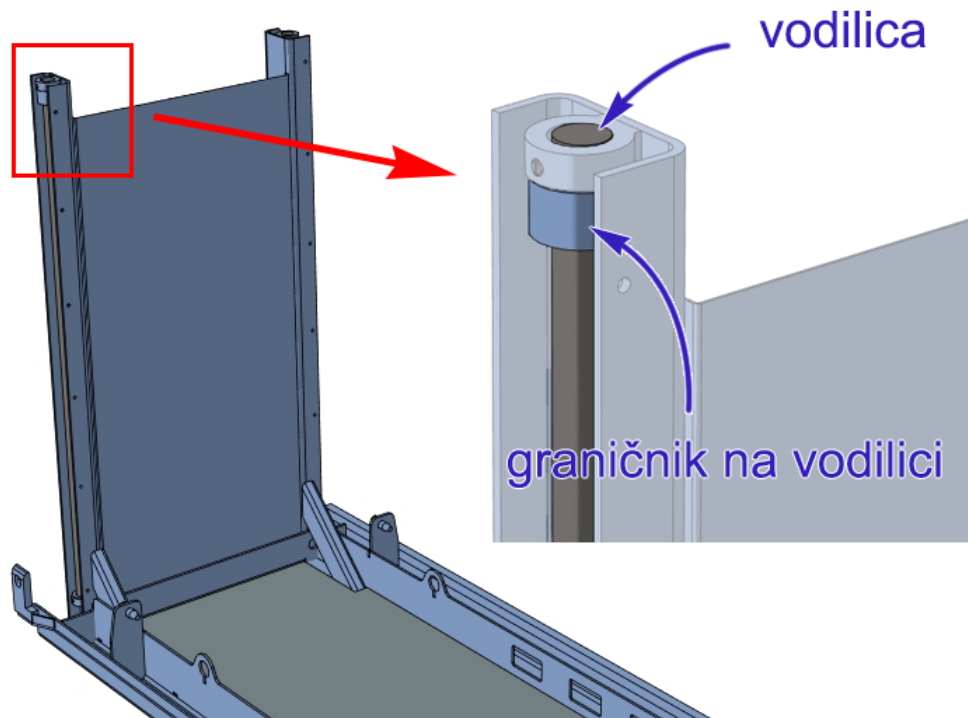
4.11 Naprezanje u presjeku graničnika na vodilici

Foto realistični prikaz graničnika prikazuje slika 4.41.



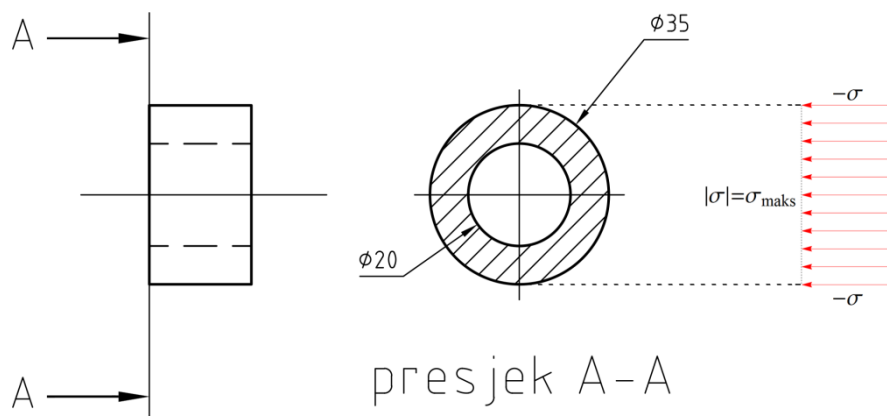
Slika 4.41 Foto realistični prikaz graničnika

Grafičnik na vodilici ograničava spuštavanje podizne platforme do dozvoljene razine i nalazi se na (vertikalnoj) vodilici kao što prikazuje slika 4.42. Klizač nosača ležajeva⁴ pritišće grafičnik.



Slika 4.42 Slikovni prikaz grafičnika na vodilici

Kontrolni proračun grafičnika na vodilici se odnosi na jedan od dva grafičnika kao što prikazuje slika 4.43. Grafičnici su isti na lijevoj i desnoj strani.



Slika 4.43 Skica, presjek i naprezanja grafičnika na vodilici

U tlačno opterećenom grafičniku su prosječna naprezanja jednaka u cijelom promatranom presjeku stoga. Kontrolni proračun se sastoji od izračuna površine presjeka i

⁴ Nosač ležajeva je zaseban sklop a klizač i vodilica su dijelovi tog sklopa.

prosječnih naprezanja u promatranom presjeku. Izraz (4.137) prikazuje jednadžbu i iznos površine presjeka graničnika odnosno kružnog vijenca.

$$P = \pi(R^2 - r^2) = \pi(35^2 - 20^2) = 2\,591,81 \text{ mm}^2 \quad (4.137)$$

Izračun naprezanja pod djelovanjem sile pritiska na graničnik prikazuje izraz (4.138).

$$\sigma = \frac{F}{P} = \frac{921,82}{2\,591,81} = 0,36 \text{ MPa} \quad (4.138)$$

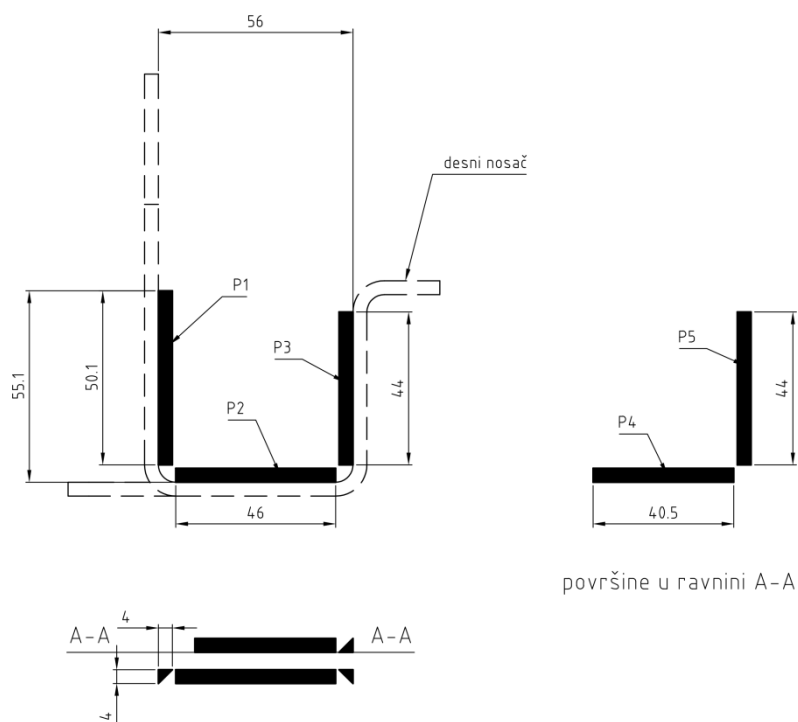
4.12 Naprezanje u zavaru desnog nosača

Zavar uklještenja desnog nosača je smično opterećen kada je podizna platforma u visećem položaju. Mjesto zavara desnog nosača je prikazano na slici 4.44.



Slika 4.44 Mjesto zavara desnog nosača

Skicu zavara desnog nosača prikazuje slika 4.45.



Slika 4.45 Skica zavora desnog nosača

Izračunati iznosi površina zavora se nalaze u tablici 4.5.

Tablica 4.5 Površine i koordinate zavora desnog nosača

Oznake površine	Iznos površine zavora P_{zav} [mm ²]
P_{1zav}	200,4
P_{2zav}	162
P_{3zav}	176
P_{4zav}	176
P_{5zav}	184

Ukupne površina zavora je zbroj pojedinačnih površina zavora desnog nosača iz tablice 4.5 kao što prikazuje izraz (4.139).

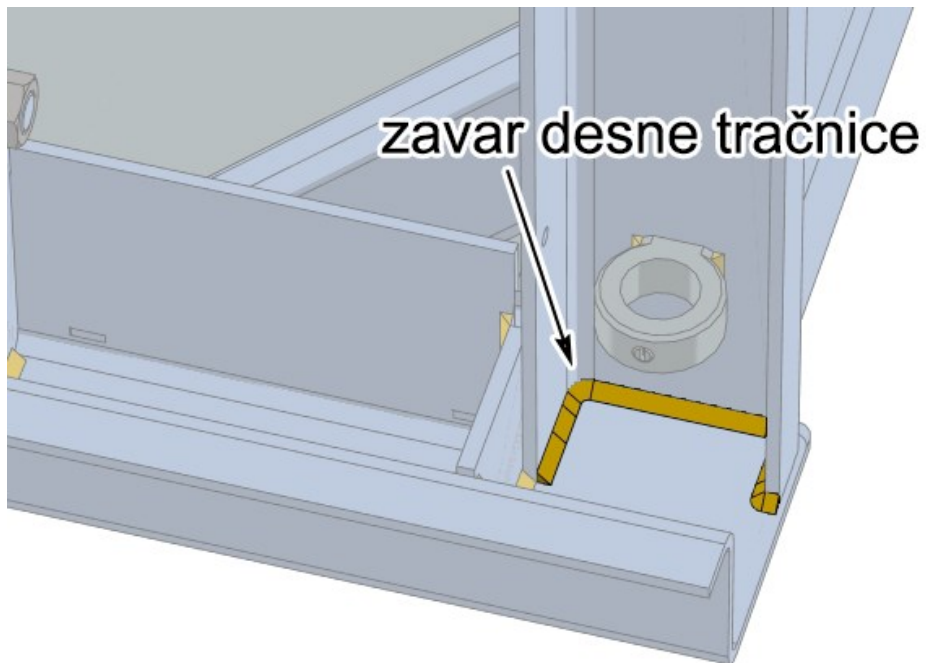
$$\begin{aligned}
 P &= \sum_{i=1}^5 P_{izav} = P_{1zav} + P_{2zav} + P_{3zav} + P_{4zav} + P_{5zav} \\
 &= 200,4 + 162 + 176 + 176 + 184 = 898,4 \text{ mm}^2
 \end{aligned}
 \tag{4.139}$$

Izračun tangencijalnog naprezanja zavora desnog nosača prikazuje izraz (4.140).

$$\tau = \frac{F}{P} = \frac{921,82}{898,4} = 1,03 \text{ MPa}
 \tag{4.140}$$

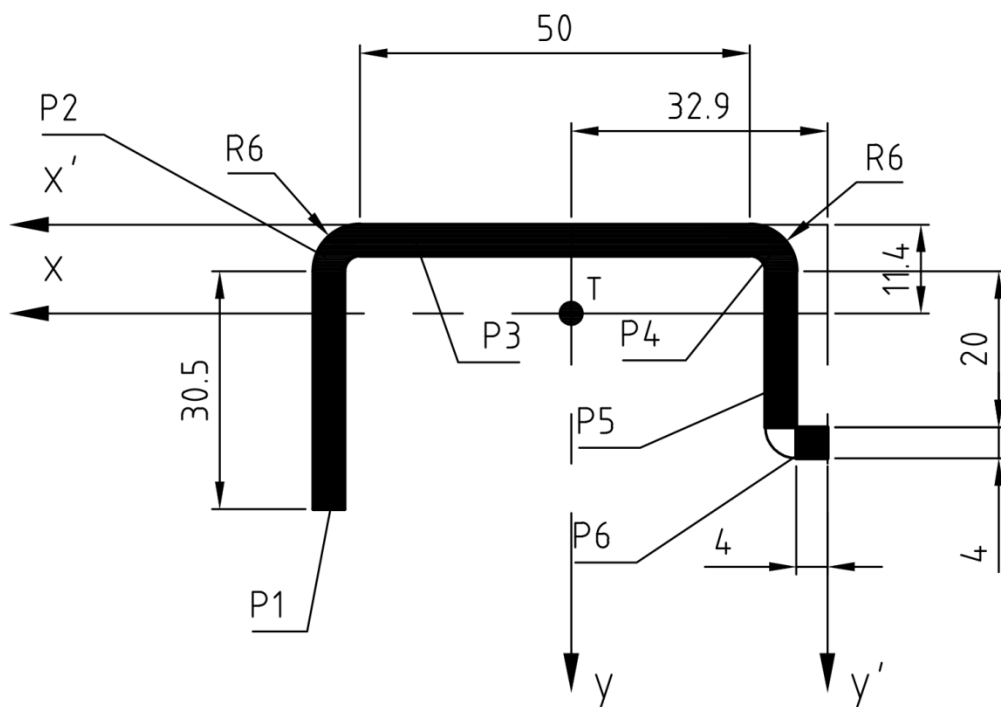
4.13 Naprezanje u zavaru desne tračnice

Zavar desne tračnice povezuje desnu tračnicu s desnim nosačem i opterećen je momentom savijanja što uzrokuje sila u ravni na prednjem kraju desnog nosača. Mjesto zavara desne tračnice prikazuje slika 4.46.



Slika 4.46 Mjesto zavara desne tračnice

Slika 4.47 prikazuje skicu zavara desne tračnice.



Slika 4.47 Skica zavara desne tračnice

Površine i koordinate tržišta zavara desne tračnice u $x'y'$ koordinatnom sustavu se nalaze u tablici 4.6.

Tablica 4.6 Površine i koordinate težišta zavara desne tračnice

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]	koordinate osi x' x' [mm]	koordinate osi y' y' [mm]
P_1, x_1', y_1'	122,0	54,0	25,3
P_2, x_2', y_2'	25,13	60,4	5,58
P_3, x_3', y_3'	200,0	35,0	2,00
P_4, x_4', y_4'	52,13	9,58	5,58
P_5, x_5', y_5'	80,00	8,00	16,0
P_6, x_6', y_6'	16,00	2,00	28,0

Os z se nalazi na koordinati x_z' osi x' kao što prikazuje izraz (4.141).

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^6 P_i * x_i'}{\sum_{i=1}^6 P_i} = \frac{P_1 * x_1' + P_2 * x_2' + P_3 * x_3' + P_4 * x_4' + P_5 * x_5'}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5} = 32,9 \text{ mm} \quad (4.141)$$

Os x se nalazi na koordinati z_x' osi z' kao što prikazuje izraz (4.142).

$$z' = \frac{\sum_{i=1}^6 P_i * y_i'}{\sum_{i=1}^6 P_i} = \frac{P_1 * y_1' + P_2 * y_2' + P_3 * y_3' + P_4 * y_4' + P_5 * y_5'}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5} = 11,9 \text{ mm} \quad (4.142)$$

Izračun momenata tromosti pravokutnih presjeka oko osi y prikazuju izrazi (4.143, 4.144, 4.145, 4.146).

$$I_{1y} = \frac{x_{12}^3 - x_{11}^3}{3} (y_{12} - y_{11}) = \frac{33,1^3 - 29,1^3}{3} [25,1 - (-5,4)] = 118\,162 \text{ mm}^4 \quad (4.143)$$

$$I_{3y} = \frac{x_{32}^3 - x_{31}^3}{3} (y_{32} - y_{31}) = \frac{27,1^3 - (-22,9)^3}{3} [-7,4 - (-11,4)] = 42\,548,7 \text{ mm}^4 \quad (4.144)$$

$$I_{5y} = \frac{x_{52}^3 - x_{51}^3}{3} (y_{52} - y_{51}) = \frac{-24,9^3 - (-28,9)^3}{3} [14,6 - (-5,4)] = 57\,995,5 \text{ mm}^4 \quad (4.145)$$

$$I_{6y} = \frac{x_{62}^3 - x_{61}^3}{3} (y_{62} - y_{61}) = \frac{-28,9^3 - (-32,9)^3}{3} (18,6 - 14,6) = 15\,298,3 \text{ mm}^4 \quad (4.146)$$

Izraz (4.147) prikazuje izračun momenta tromosti u koordinatnom sustavu $\xi\eta$ primjenom određenih integrala unutar granica za prvi dio isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa 2 mm i vanjskog radijusa 6 mm.

$$I_{2\xi 1} = \int_0^r \int_{\sqrt{r^2-\xi^2}}^{\sqrt{R^2-\xi^2}} \eta^2 d\eta d\xi = \int_0^2 \int_{\sqrt{2^2-\xi^2}}^{\sqrt{6^2-\xi^2}} \eta^2 d\eta d\xi = \frac{172\sqrt{2}}{3} - \pi + 162 \arcsin \frac{1}{3} \quad (4.147)$$

$$= 132,994 \text{ mm}^4$$

Izraz (4.148) prikazuje izračun momenta tromosti u koordinatnom sustavu $\xi\eta$ primjenom određenih integrala unutar granica za drugi dio isječka kružnog vijenca, krivuljnog trokuta, radijusa krivulje 6 mm.

$$I_{2\eta 2} = \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2-\eta^2}} \xi^2 d\xi d\eta = \int_2^6 \int_0^{\sqrt{6^2-\eta^2}} \xi^2 d\xi d\eta = -\frac{172\sqrt{2}}{3} + 81\pi - 162 \arcsin \frac{1}{3} \quad (4.148)$$

$$= 118,334 \text{ mm}^4$$

Iznos momenta tromosti $I_{2\eta}$ isječka kružnog vijenca je jednak zbroju momenata tromosti $I_{2\eta 1}$ i $I_{2\eta 2}$ kao što prikazuje izraz (4.159).

$$I_{2\eta} = I_{2\eta 1} + I_{2\eta 2} = 132,994 + 118,334 = 251,327 \text{ mm}^4 \quad (4.149)$$

Iznos momenta tromosti preračunat iz lokalnog koordinatnog sustava $\xi\zeta$ u koordinatni sustav xz primjenom Steinerovog dodatka prikazuje izraz (4.150).

$$I_{2y} = I_{2\eta} + l_{2x}^2 * P_2 = 251,327 + 27,1^2 * 25,13 = 18\,709,1 \text{ mm}^4 \quad (4.150)$$

Pošto da je jedina razlika između momenata I_{4y} presjeka P_4 i I_{2y} presjeka P_2 udaljenost l_x između usporednih osi η i y vrijedi izraz (4.151).

$$I_{4y} = I_{4\eta} + l_{4y}^2 * P_4 = 251,327 + 22,9^2 * 25,13 = 13\,431,8 \text{ mm}^4 \quad (4.151)$$

Ukupni moment tromosti je jednak zbroju momenta tromosti pojedinačnih presjeka kao što prikazuje izraz (4.152).

$$I_y = \sum_{i=1}^6 I_{iy} = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} + I_{4y} + I_{5y} + I_{6y} \quad (4.152)$$

$$= 118\,162 + 18\,709,1 + 42\,548,7 + 13\,431,8 + 57\,995,5$$

$$+ 15\,298,3 = 266\,145 \text{ mm}^4$$

Izračun momenta otpora oko y osi u gornjem djelu presjeka obzirom na x os prikazuje izraz (4.153).

$$W_g = \frac{I_y}{e_1} = \frac{266\,145}{33,1} = 8\,040,65 \text{ mm}^3 \quad (4.153)$$

Izračun momenta otpora oko y osi u donjem djelu presjeka obzirom na x os prikazuje izraz (4.154).

$$W_d = \frac{I_y}{e_2} = \frac{266\,145}{32,9} = 8\,089,53 \text{ mm}^3 \quad (4.154)$$

Izračun naprezanja gornjem djelu presjeka obzirom na x os prikazuje izraz (4.155).

$$\sigma_g = \frac{M_s}{W_g} = \frac{F * l_x}{W_g} = \frac{921,82 * 1122,1}{8\,040,65} = 128,64 \text{ MPa} \quad (4.155)$$

Izračun naprezanja donjem djelu presjeka obzirom na x os prikazuje izraz (4.156).

$$\sigma_d = \frac{M_s}{W_d} = \frac{F * l_x}{W_d} = \frac{921,82 * 1122,1}{8\,040,65} = 127,87 \text{ MPa} \quad (4.156)$$

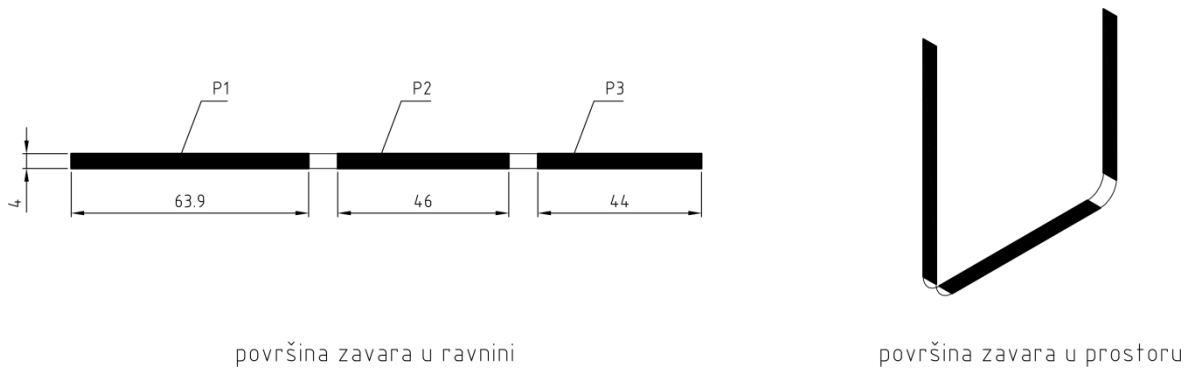
4.14 Naprezanja u zavaru držača svornjaka

Držač svornjaka se nalazi unutar žlijeba desnoga nosača. Žlijeb nosača sprječava gibanje držača svornjaka prema lijevo, desno i dolje. Zavar držača svornjaka sprječava klizanje držača unutar žlijeba. Mjesto zavara držača svornjaka prikazuje slika 4.48.



Slika 4.48 Mjesto zavara držača svornjaka

Kontrolni proračun se odnosi na slučaj djelovanja sile na držač u ravnini zavara, što predstavlja težnju da se pomakne unutar žlijeba prema natrag. Slika 4.49 prikazuje skicu zavara držača svornjaka.



Slika 4.49 Skica zavora držača svornjaka

Površina cijelog je jednaka zbroju površina pojedinačnih zavora kao što prikazuje izraz (4.157).

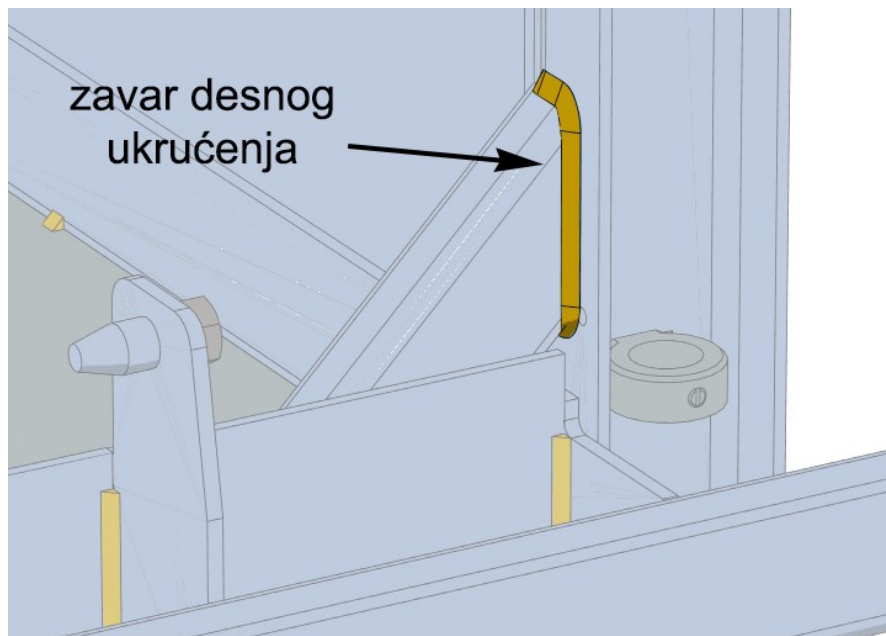
$$P = \sum_{i=1}^3 P_{izav} = P_{1zav} + P_{2zav} + P_{3zav} = 4 * (63,9 + 46 + 44) = 615.6 \text{ mm}^2 \quad (4.157)$$

Izračun smičnog naprezanja uzrokovanog silom u površini zavora što pruža pumpa na desnoj strani prikazuje izraz (4.158).

$$\tau = \frac{F}{P} = \frac{921,82}{615.6} = 1,50 \text{ MPa} \quad (4.158)$$

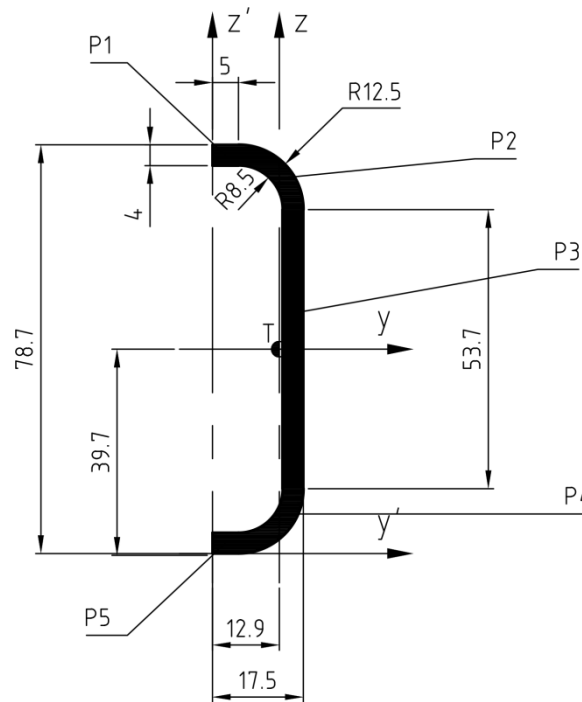
4.15 Naprezanja u zavaru desnog ukrućenja

Zavar desnog ukrućenja spaja ukrućenje s desnom tračnicom, sprječava zakretanje desnog nosača pod djelovanjem sile pumpe u vertikalnoj ravnini na čeonom dijelu desnog nosača, ravni B-B sa slike 4.2. Slika 4.50 prikazuje mjesto zavora desnog ukrućenja.



Slika 4.50 Mjesto zavora desnog ukrućenja

Kontrolni proračun obuhvaća izračun naprezanja zavara iz momenta tromosti polovice zavara prema modelu zavara kao sa slike 4.50. Slika 4.51 prikazuje skicu polovice zavara desnog ukrućenja.



Slika 4.51 Skica zavara ukrućenja

Površine i koordinate tržišta zavara ukrućenja u $x'y'$ koordinatnom sustavu se nalaze u tablici 4.7.

Tablica 4.7 Površine i koordinate težišta presjeka zavara ukrućenja

Oznake površina i koordinata težišta	Površina presjeka P [mm ²]	Koordinata na y' osi y' [mm]
P_1, y_1', z_1'	20,00	2,50
P_2, y_2', z_2'	64,97	11,8
P_3, y_3', z_3'	214,8	15,5
P_4, y_4', z_4'	65,97	11,8
P_5, y_5', z_5'	20,00	2,50

Os z se nalazi na koordinati y_z' osi y' kao što prikazuje izraz (4.159).

$$y_z' = \frac{\sum_{i=1}^5 P_i * y_i'}{\sum_{i=1}^5 P_i} = \frac{P_1 * y_1' + P_2 * y_2' + P_3 * y_3' + P_4 * y_4' + P_5 * y_5'}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5} = 12.9 \text{ mm} \quad (4.159)$$

Izračun momenata tromosti pravokutnih presjeka oko osi y prikazuju izrazi (4.160, 4.161, 4.162).

$$I_{1y} = \frac{z_{12}^3 - z_{11}^3}{3} (x_{12} - x_{11}) = \frac{39,35^3 - 35,35^3}{3} [-7,9 - (-12,9)] \quad (4.160)$$

$$= 27\,927,1 \text{ mm}^4$$

$$I_{3y} = \frac{z_{32}^3 - z_{31}^3}{3} (x_{32} - x_{31}) = \frac{26,85^3 - (-26,85)^3}{3} (4,6 - 0,6) = 51\,318,1 \text{ mm}^4 \quad (4.161)$$

$$I_{3y} = I_{1y} = 27\,927,1 \text{ mm}^4 \quad (4.162)$$

Izraz (4.163) prikazuje izračun momenta tromosti $I_{2\eta 1}$ u koordinatnom sustavu $\eta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za prvi dio isječka kružnog vijenca unutarnjeg radijusa 8.5 mm i vanjskog radijusa 12.5 mm.

$$I_{2\eta 1} = \int_0^r \int_{\sqrt{r^2 - \eta^2}}^{\sqrt{R^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = \int_0^{8,5} \int_{\sqrt{8,5^2 - \eta^2}}^{\sqrt{12,5^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = 3\,323,92 - 1,89 * 10^{-13} i \quad (4.163)$$

$$\approx 3\,323,92 \text{ mm}^4$$

Izraz (4.164) prikazuje izračun momenta tromosti $I_{2\eta 2}$ u koordinatnom sustavu $\eta\zeta$ primjenom određenih integrala unutar granica za drugi dio isječka kružnog vijenca, krivuljnog trokuta, radijusa krivulje 12.5 mm.

$$I_{2\eta 2} = \int_r^R \int_0^{\sqrt{R^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = \int_{8,5}^{12,5} \int_0^{\sqrt{12,5^2 - \eta^2}} \zeta^2 d\zeta d\eta = 444,815 \text{ mm}^4 \quad (4.164)$$

Iznos momenta tromosti $I_{2\eta}$ isječka kružnog vijenca je jednak zbroju momenata tromosti $I_{2\eta 1}$ i $I_{2\eta 2}$ kao što prikazuje izraz (4.165).

$$I_{2\eta} = I_{2\eta 1} + I_{2\eta 2} = 3\,323,92 + 444,815 = 3\,768,73 \text{ mm}^4 \quad (4.165)$$

Iznos momenta tromosti preračunat iz lokalnog koordinatnog sustava $\zeta\zeta$ u koordinatni sustav xz primjenom Steinerovog dodatka prikazuje izraz (4.166).

$$I_{2y} = I_{2\eta} + l_{2z}^2 * P_2 = 3\,768,73 + 26,85^2 * 64,97 = 50\,607,1 \text{ mm}^4 \quad (4.166)$$

$$I_{4y} = I_{2y} = 50\,607,1 \text{ mm}^4 \quad (4.167)$$

Moment tromosti pola zavara je jednak zbroju momenta tromosti pojedinačnih presjeka kao što prikazuje izraz (4.168).

$$\frac{I_y}{2} = \sum_{i=1}^5 I_{iy} = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} + I_{4y} + I_{5y} \quad (4.168)$$

$$= 27\,927,1 + 50\,607,1 + 51\,618,1 + 50\,607,1 + 27\,927,1$$

$$= 208\,686 \text{ mm}^4$$

Moment tromosti zavara prikazuje izraz (4.169).

$$I_y = 417\,372 \text{ mm}^4 \quad (4.169)$$

Izračun momenta otpora oko y osi u gornjem i donjem djelu presjeka obzirom na x os prikazuje izraz (4.170).

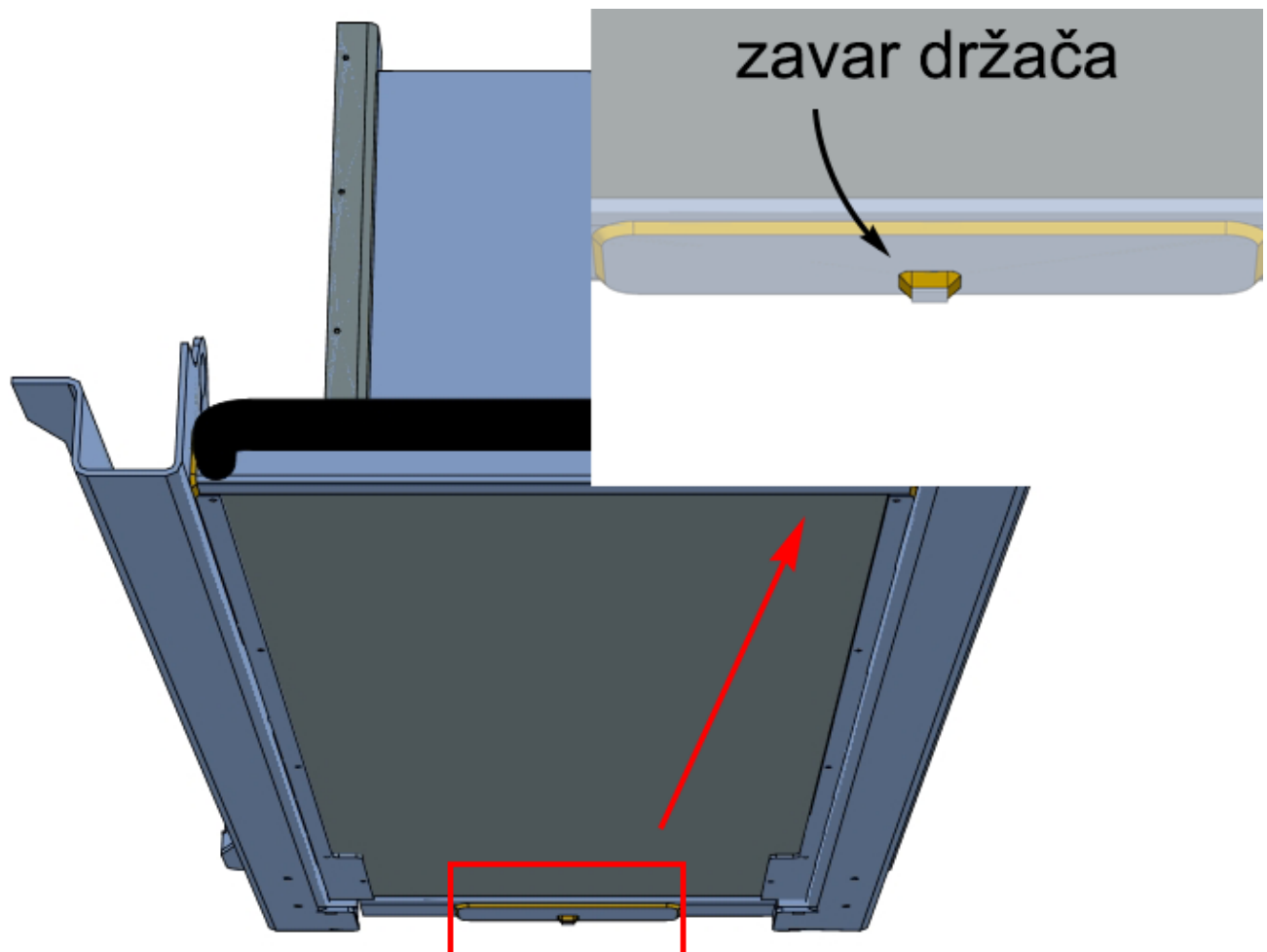
$$W = \frac{I_y}{e} = \frac{417\,372}{39,7} = 10\,513,15 \text{ mm}^3 \quad (4.170)$$

Izračun naprezanja gornjem i donjem djelu presjeka prikazuje izraz (4.171).

$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F * l_x}{W} = \frac{921,82 * 1093}{5\,256,58} = 191,674 \text{ MPa} \quad (4.171)$$

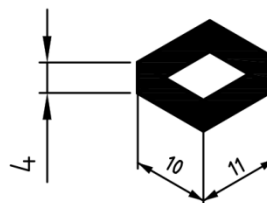
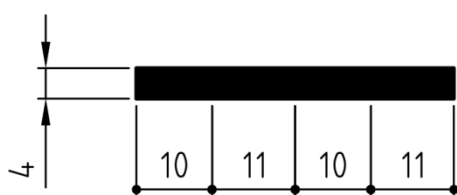
4.16 Naprezanje u zavaru držača

Zavar držača sprječava klizanje držača iz četvrtastog utora u zadnjoj gredi i pojačanju zadnje grede. Slika 4.52 prikazuje mjesto zavara držača.



Slika 4.52 Mjesto zavara držača

Zavar držača povezuje držač i pojačanje zadnje grede. Kontrolni proračun se odnosi na opterećenje podizne platforme masom čitave pumpe kada je platforma u visećem položaju. Skicu zavara držača prikazuje slika 4.53.



površina zavara u ravni

površina zavara u prostoru

Slika 4.53 Skica zavara držača

Površina zavara držača čini četverokutni plašt što se prostire na četiri vertikalne ravnine u prostoru od čega je svaka ravnina usporedna sa suprotnom ravninom i okomita sa susjednom ravninom. Izračun površine zavara držača prikazuje izraz (4.172).

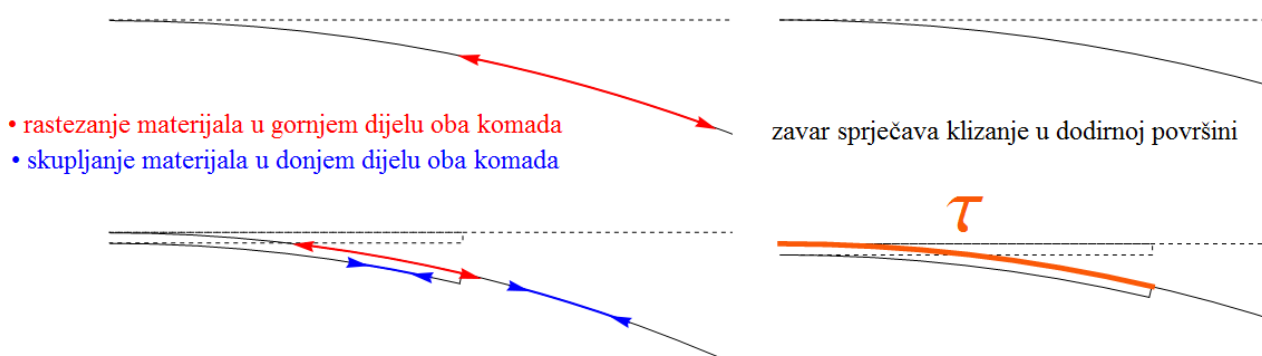
$$P = 2 * b_1 * h + 2 * b_2 * h = 2(b_1 + b_2)h = 2 * (10 + 11) * 4 = 168 \text{ mm}^2 \quad (4.172)$$

Izračun iznosa smičnog naprezanja u zavaru držača prikazuje izraz (4.173).

$$\tau = \frac{F_{najveće}}{P} = \frac{m * a}{P} = \frac{188 * 9.81}{168} = \frac{1844,28}{168} = 10,98 \text{ MPa} \quad (4.173)$$

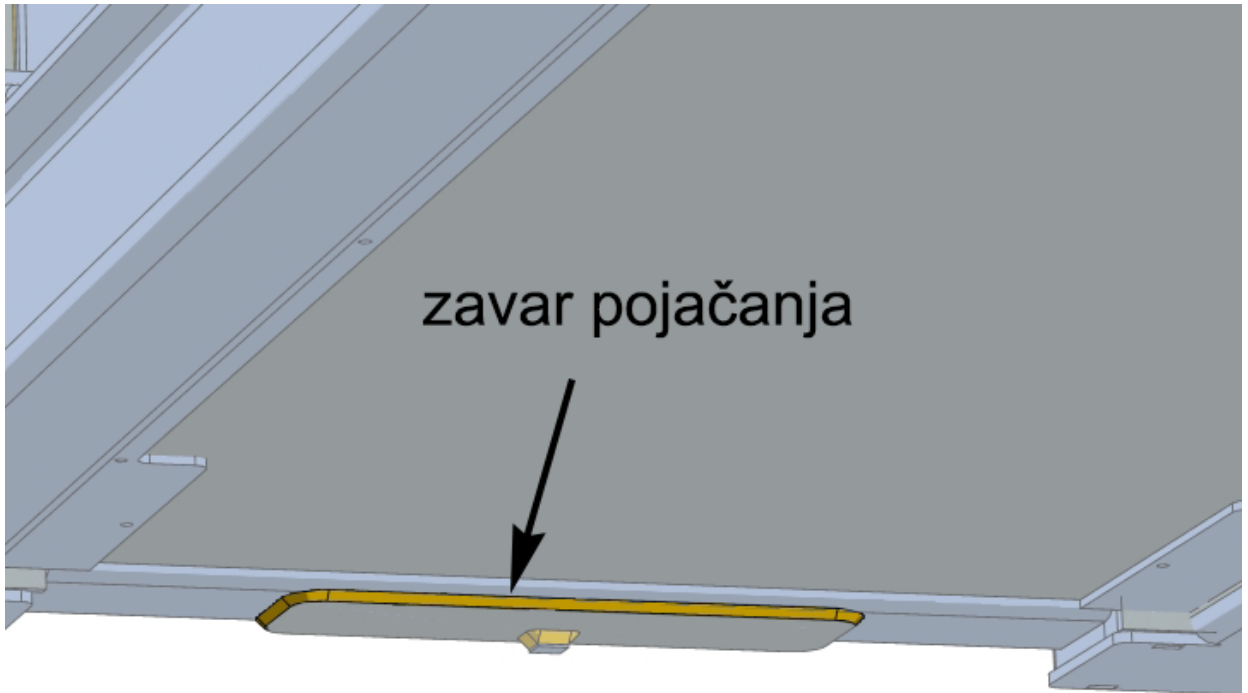
4.17 Naprezanje u zavaru pojačanja

Zavar pojačanja podupire stabilnost zadnje grede i pojačanja opterećenih na savijanje na način da sprječava klizanje dodirnih površina zadnje grede i pojačanja. Klizanje je posljedica skupljanja materijala u donjem dijelu zadnje grede i širenja u gornjem dijelu pojačanja uslijed deformacija kao što shematski prikazuje slika 4.54.



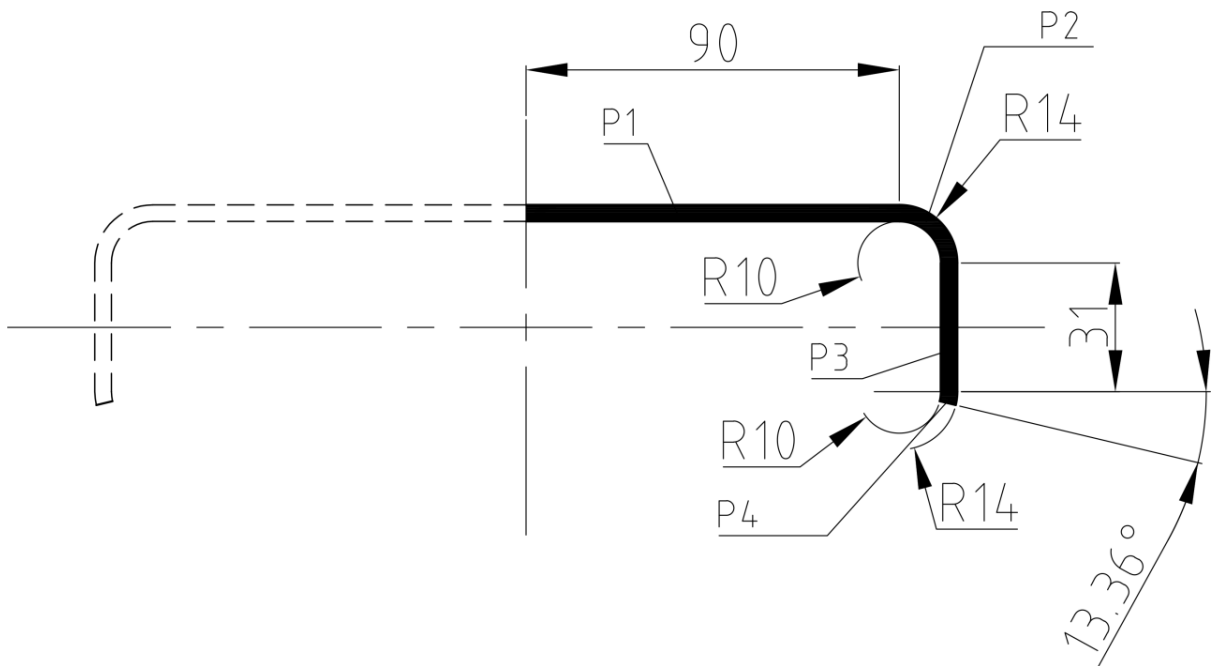
Slika 4.54 Uloga zavara pojačanja zadnje grede

Zavar pojačanja povezuje zadnju gredu i pojačanje. Slika 4.55 prikazuje mjesto zavara pojačanja.



Slika 4.55 Mjesto zavara pojačanja

Slika 4.56 prikazuje skicu zavara pojačanja.



Slika 4.56 Skica zavara pojačanja

Površina zavara je jednaka zbroju pojedinačnih površina presjeka kao što prikazuje izraz (4.174).

$$\begin{aligned}
P &= \sum_{i=1}^4 P_i = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\
&= 90 * 4 + \frac{\pi(14^2 - 10^2) * 90^\circ}{360^\circ} + 4 * 31 + \frac{\pi(14^2 - 10^2) * 13,36^\circ}{360^\circ} \quad (4.174) \\
&= 559,398 \text{ mm}^2
\end{aligned}$$

Vertikalna sila F djeluje na kraju zadnje grede i teži savinuti zadnju gredu i pojačanje. Pod djelovanjem vertikalne sile F se pojavljuje sila klizanja F' u horizontalnoj ravnini, gdje se statički nalazi čitava površina dodira zadnje grede i pojačanja. Sila F' se računa iz momentne jednadžbe prema izrazu (4.175), gdje je M_s moment savijanja grede, l_y udaljenost između sile F i osi momenta M_s (udaljenost sa slike 4.33) po osi y , l_z udaljenost između osi momenta M_s i sile klizanja F' , odnosno udaljenost po osi z od osi x do dodirne površine zadnje grede i pojačanja vidljivo sa slike 4.34.

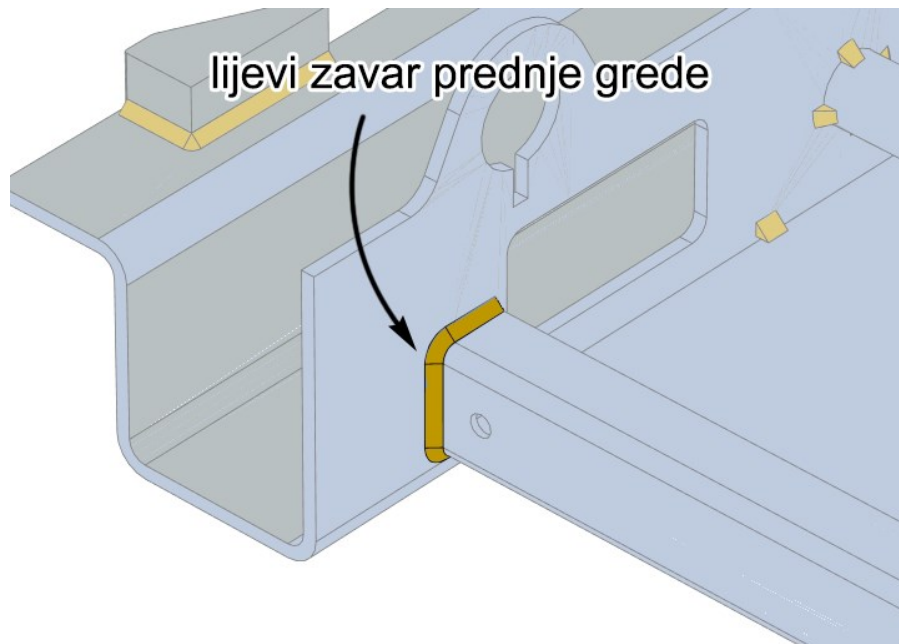
$$M_s = F * l_y = F' * l_z \quad (4.175)$$

Izračun tangencijalnih naprezanja u zavaru pojačanja pod djelovanjem sile klizanja F' prikazuje izraz (4.176).

$$\tau = \frac{F'}{P} = \frac{F * \frac{l_y}{l_z}}{P} = \frac{921,82 * \frac{275}{20}}{559,398} = 22,66 \text{ MPa} \quad (4.176)$$

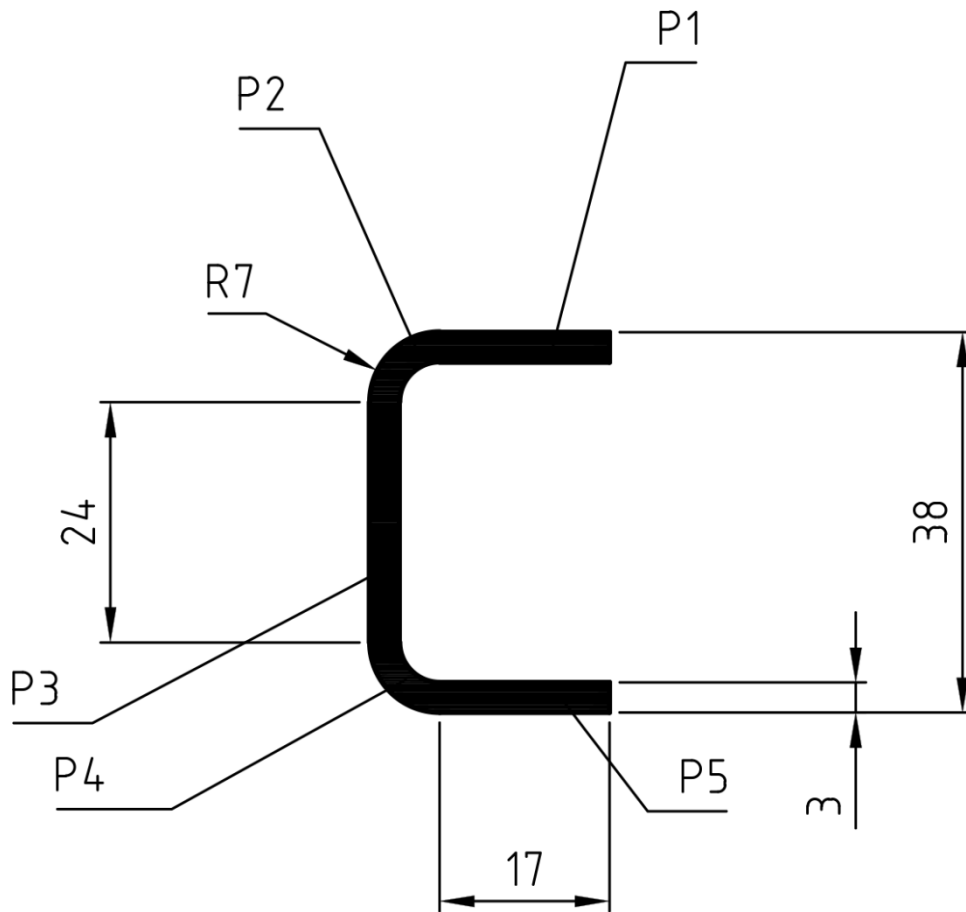
4.18 Naprezanje u zavaru prednje grede

Lijevi zavar prednje grede kao i promatrani presjek prednje grede podnosi naprezanja na smicanje. Mjesto lijevog zavara prednje grede prikazuje slika 4.57.



Slika 4.57 Mjesto zavara prednje grede na lijevoj strani

Kontrolni proračun zavora prednje grede se odnosi na slučaj kada pumpa sa pola mase pritišće prednju gredu silom savijanja u promatranom presjeku prednje grede obzirom. Skicu zavora prikazuje slika 4.58.



Slika 4.58 Skica lijevog zavora prednje grede

Površine zavora prednje se nalaze u tablici 4.8.

Tablica 4.8 Iznosi površina i koordinata težišta površina

Oznake površine i koordinata težišta	Iznos površine P [mm ²]
P_1, x_1', z_1'	51,0
P_2, x_2', z_2'	25,9
P_3, x_3', z_3'	72,0
P_4, x_4', z_4'	25,9
P_5, x_5', z_5'	51,0

Izračun površine presjeka prednje grede prikazuje izraz (4.177).

$$P = \sum_{i=1}^5 P_i = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 51,0 + 25,9 + 72,0 + 25,9 + 51,0$$

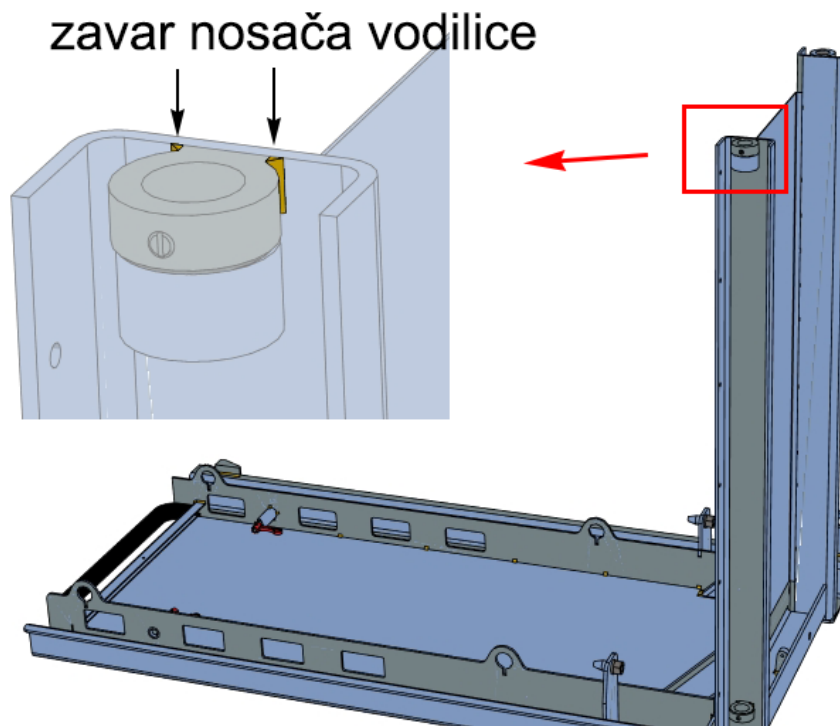
$$= 225,8 \text{ mm}^2$$
(4.177)

Izračun smičnih naprezanja presjeka prikazuje izraz (4.178).

$$\tau = \frac{F}{P} = \frac{921,82}{225,8} = 4,08 \text{ MPa}$$
(4.178)

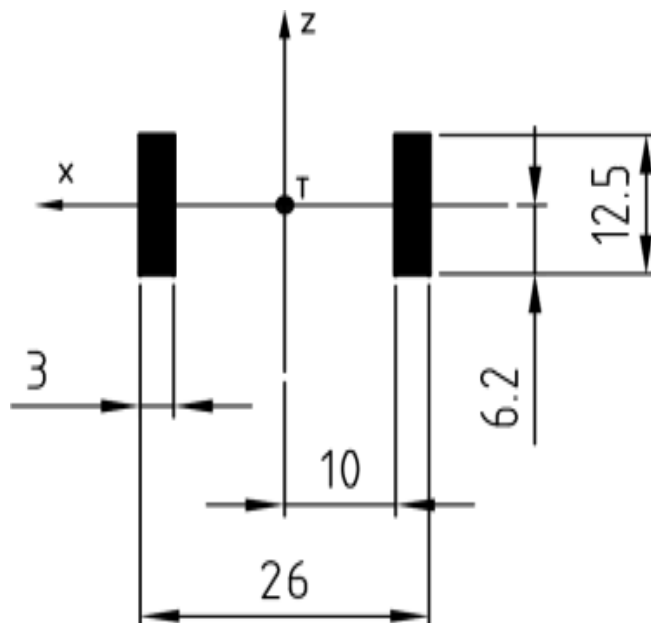
4.19 Naprezanje u zavaru nosača vodilice

Nosači vodilice su horizontalni oslonci podizne platforme i onemogućuju gibanje podizne platforme u horizontalnom smjeru. Sile koje se pojavljuju u nosačima vodilica su jednake silama u osloncima iz poglavlja o statičnom opterećenju (treće poglavlje). Na primjeru zavara gornjeg nosača desne vodilice kritičan slučaj je moment savijanja uzrokovan horizontalnom silom u najudaljenijem mjestu od zavara nosača, tangencijalno s vanjske strane zaobljenog djela nosača. Slika 4.59 prikazuje mjesto zavara gornjeg nosača desne vodilice.



Slika 4.59 Mjesto zavara gornjeg nosača desne vodilice

Skicu zavara gornjeg nosača desne vodilice prikazuje slika 4.60.



Slika 4.60 Skica zavora nosača vodilice

Moment i tromosti oko osi z se računaju izravno korištenjem jednadžbi iz izraza (4.179, 180).

$$I_{1z} = \frac{x_{12}^3 - x_{11}^3}{3} (z_{12} - z_{11}) = \frac{13^3 - 10^3}{3} [6,25 - (6,25)] = 4\,987,5 \text{ mm}^4 \quad (4.179)$$

$$I_{2z} = I_{1z} = 4\,987,5 \text{ mm}^4 \quad (4.180)$$

Ukupan moment tromosti je zbroj pojedinačnih momenata tromosti kao što prikazuje izraz (4.181).

$$I_z = I_{z1} + I_{z2} = 2I_{z1} = 2 * 4\,987,5 = 9\,975 \text{ mm}^4 \quad (4.181)$$

Moment otpora oko osi z je jednak na obje strane obzirom na os x . Izračun moment otpora prikazuje izraz (4.192).

$$W = \frac{I_z}{e} = \frac{9\,975}{13} = 767,308 \text{ mm}^3 \quad (4.182)$$

Naprezanja pod djelovanjem momenta savijanja prikazuje izraz (4.183).

$$\sigma = \frac{M_s}{W} = \frac{F_A * l_y}{W} = \frac{1\,232,74 * 36}{767,308} = 57,84 \text{ MPa} \quad (4.183)$$

4.20 Provjera izračunatih naprezanja s dopuštenim naprezanjima

Provjera izračunatih naprezanja s dopuštenim naprezanjima obuhvaća izračun dopuštenih naprezanja i usporedbu izračunatih naprezanja s dopuštenim naprezanjima. Naprezanje čelika oznake Č0361 prema HRN-u, odnosno oznake S235JR prema euro normi doseže granicu tečenja R_e iznosa 235 MPa. Faktor sigurnosti ν je omjer lomnog

opterećenja (točka M iz dijagrama sa slike 2.10) i dopuštenog opterećenja (točka T iz dijagrama sa slike 2.10) kao što prikazuje izraz (4.184).

$$\nu = \frac{F_{loma}}{F_{tećenja}} = \frac{\sigma_{loma}}{\sigma_{tećenja}} = \frac{R_m}{R_e} \quad (4.184)$$

Faktor sigurnosti žilavih materijala kao što je čelik iznosi od 1,2 do 2. Faktor sigurnosti izabran za kontrolni proračun podizne platforme je 2 kao što prikazuje izraz (4.185).

$$\sigma_{dop} = \frac{R_e}{\nu} = \frac{235}{2} = 117,5 \text{ MPa} \quad (4.185)$$

Uvjet pri vlačnom opterećenju čelika jest da naprezanje materijala ne smije prijeći dopušteno naprezanje kao što prikazuje izraz (4.186).

$$\sigma \leq \sigma_{dop} \quad (4.186)$$

Provjera prosječnog vlačnog naprezanja u promatranom presjeku se nalazi u tablici 4.9.

Tablica 4.9 Provjera prosječnih naprezanja na vlak u promatranom presjeku

Dio podizne platforme	Prosječno naprezanje σ [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
držač	16,8	točno

Uvjet pri tlačnom opterećenju čelika je isti kao i kod vlačnog opterećenja iz čega slijedi izraz (4.187).

$$\sigma \leq \sigma_{tdop} \approx \sigma_{dop} \quad (4.187)$$

Provjera prosječnog tlačnog naprezanja u promatranom presjeku se nalazi u tablici 4.10.

Tablica 4.10 Provjera prosječnih naprezanja na tlak u promatranom presjeku

Dio podizne platforme	Prosječno naprezanje σ [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
graničnik	0,36	točno

Uvjet pri opterećenju savijanja čelika je isti kao i kod vlačnog opterećenja iz čega slijedi izraz (4.188).

$$\sigma \leq \sigma_{sdop} \approx \sigma_{dop} \quad (4.188)$$

Provjera prosječnih naprezanja na savijanje u promatranom presjeku se nalazi u tablici 4.11.

Tablica 4.11 Provjera prosječnih naprezanja savijanja u promatranim presjecima

Dio podizne platforme	Prosječno naprezanje σ [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
desni nosač	101	točno
desna tračnica	120	netočno
ukrućenje	123	netočno
svornjak	5,43	točno
držač svornjaka	50,1	točno
prednja greda	0,03	točno
zadnja greda i pojačanje	5,67	točno
svornjak zabrave	39,78	točno

Uvjet pri opterećenju savijanja zavara je isti kao i kod vlačnog opterećenja iz čega slijedi izraz (4.189).

$$\sigma_{zav} \leq \sigma_{sdop} \approx \sigma_{dop} \quad (4.189)$$

Provjera prosječnih naprezanja na savijanje zavara se nalazi u tablici 4.12.

Tablica 4.12 Provjera prosječnih naprezanja savijanja zavara

Zavar podizne platforme	Prosječno naprezanje σ_{zav} [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
zavar desne tračnice	129	netočno
zavar desnog ukrućenja	191	netočno
zavar držača	11,0	točno
zavar prednje grede	4,08	točno
zavar nosača vodilice	57,8	točno

Dopušteno naprezanje pri opterećenju uvijanja je znatno manje u odnosu dopušteno vlačno naprezanje kao što prikazuje izraz (4.190).

$$\tau_{tdop} \approx 0.65\sigma_{dop} = 0.65 * \frac{R_e}{\psi} = 0.65 * \frac{235}{2} = 76,375 \text{ MPa} \quad (4.190)$$

Uvjet pri opterećenju uvijanja čelika jest da naprezanje uvijanja mora iznositi manje ili jednako dopuštenom naprezanju kao što prikazuje izraz (4.191).

$$\tau \leq \tau_{tdop} \quad (4.191)$$

Provjera prosječnog napreznja uvijanja u promatranom presjeku se nalazi u tablici 4.13.

Tablica 4.13 Provjera prosječnog napreznja uvijanja u promatranom presjeku

Dio podizne platforme	Prosječno naprezanje uvijanja τ [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
zadnja greda	54,8	točno

Dopušteno smično naprezanje je znatno manje u odnosu dopušteno vlačno naprezanje kao što prikazuje izraz (4.192).

$$\tau_{sdop} \approx 0.8\sigma_{dop} = 0.8 * \frac{R_e}{\gamma} = 0.8 * \frac{235}{2} = 94 \text{ MPa} \quad (4.192)$$

Uvjet pri smičnom opterećenju čelika jest da smično naprezanje mora iznositi manje ili jednako dopuštenom naprezanju kao što prikazuje izraz (4.193).

$$\tau_{zav} \leq \tau_{sdop} \quad (4.193)$$

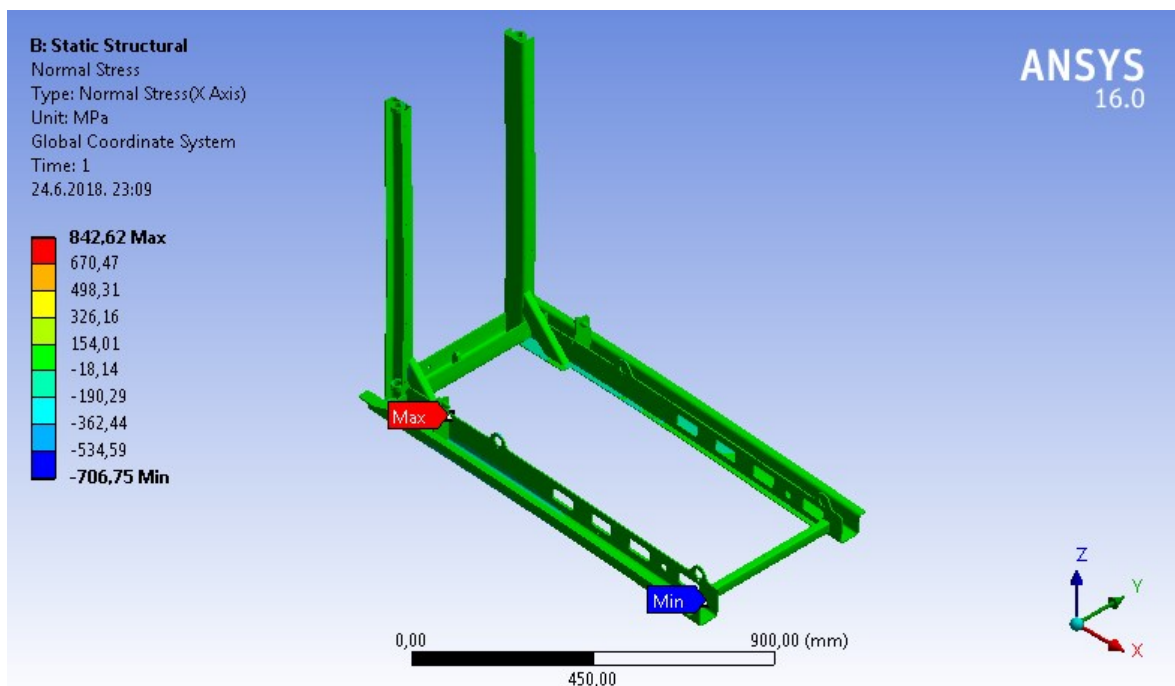
Provjera prosječnih smičnih napreznja zavara se nalazi u tablici 4.14.

Tablica 4.14 Provjera prosječnih smičnih napreznja zavara

Zavar podizne platforme	Prosječno smično naprezanje τ_{zav} [MPa]	Naprezanje ne prijelazi dopušteno naprezanje [točno ili netočno]
zavar desnog nosača	64,3	točno
zavar držača svornjaka	1,50	točno

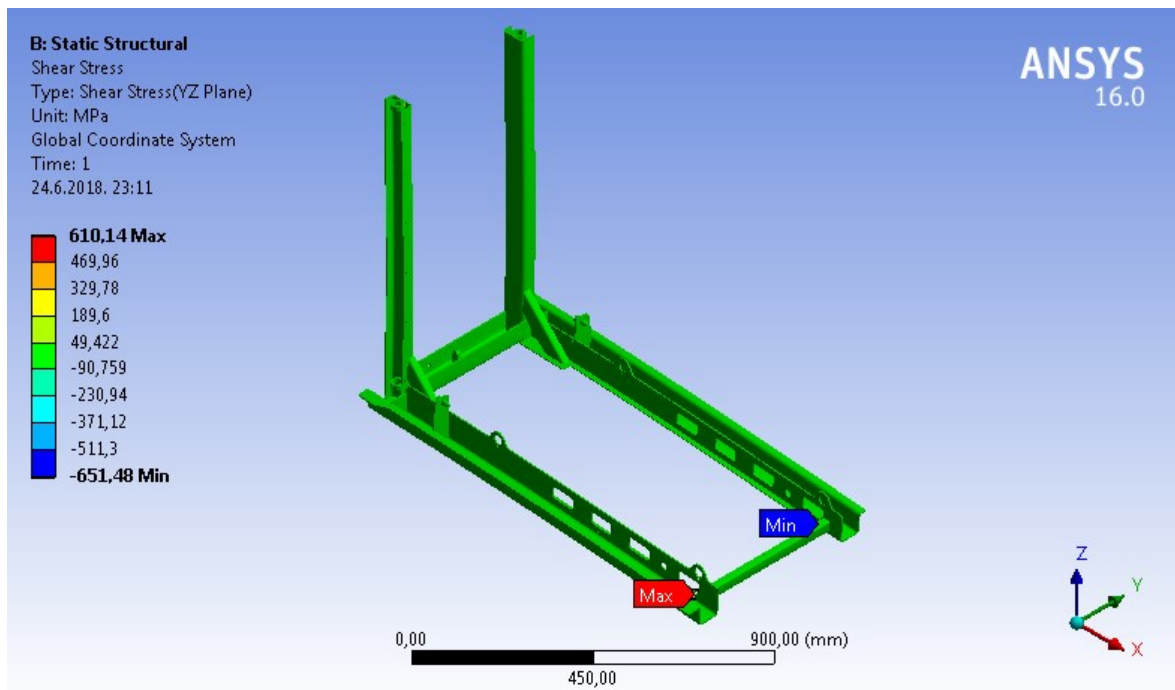
5. Provjera naprezanja korištenjem računalnog programa

Korištenjem računalnog programa može se izračunati stvarna naprezanja za što se inače koriste dijagrami za očitavanje stvarnih naprezanja u ovisnosti o geometrijskim karakteristikama promatranog tijela. Slike 5.1, 5.2, 5.3 i 5.4 sadrže slikovni prikaz rezultata provjere različitih vrsta naprezanja s istim početnim uvjetima korištenjem računalnog programa ANSYS 16.0. Geometrijski početni uvjeti računalnog programa ANSYS čine dvije skupine: aktivna i pasivna. Aktivnu skupinu čine fizikalne veličine kao što su sila, tlak, ubrzanje, brzina, itd. Pasivnu skupinu čine razni oslonci kao što su apsolutno nepomični oslonac, klizeći oslonac, cilindrični oslonac, oslonac sa stupnjem slobode zakretanja, oslonac sa stupnjem slobode transliranja, itd. Uz geometrijske početne uvjete nalaze se i fizikalni početni uvjeti kao što su vrsta materijala, nehomogenost materijala, temperatura okoline, itd. Početni uvjeti unutar računalnog programa za provjeru naprezanja podizne platforme su dvije sile: jedna u čeonj ravnini lijevog, a druga u čeonj ravnini desnog nosača usmjerene u negativnom smjeru osi z u iznosu od 921,82 N svaka. Zatim cilindrični oslonci u cilindričnom unutarnjem djelu sva 4 nosača vodilice gdje je dosjed vodilice, uz mogućnost pomaka duž osi (karakteristika vodilice prenesena na oslonac) i cilindrični oslonac u cilindričnom djelu držača gdje se nalazi lančani zatik. Fizikalni početni uvjeti su homogeni čelik i sobna temperatura. Slika 5.1 prikazuje stvarna normalna naprezanja u smjeru osi x uz navedene početne uvjete.



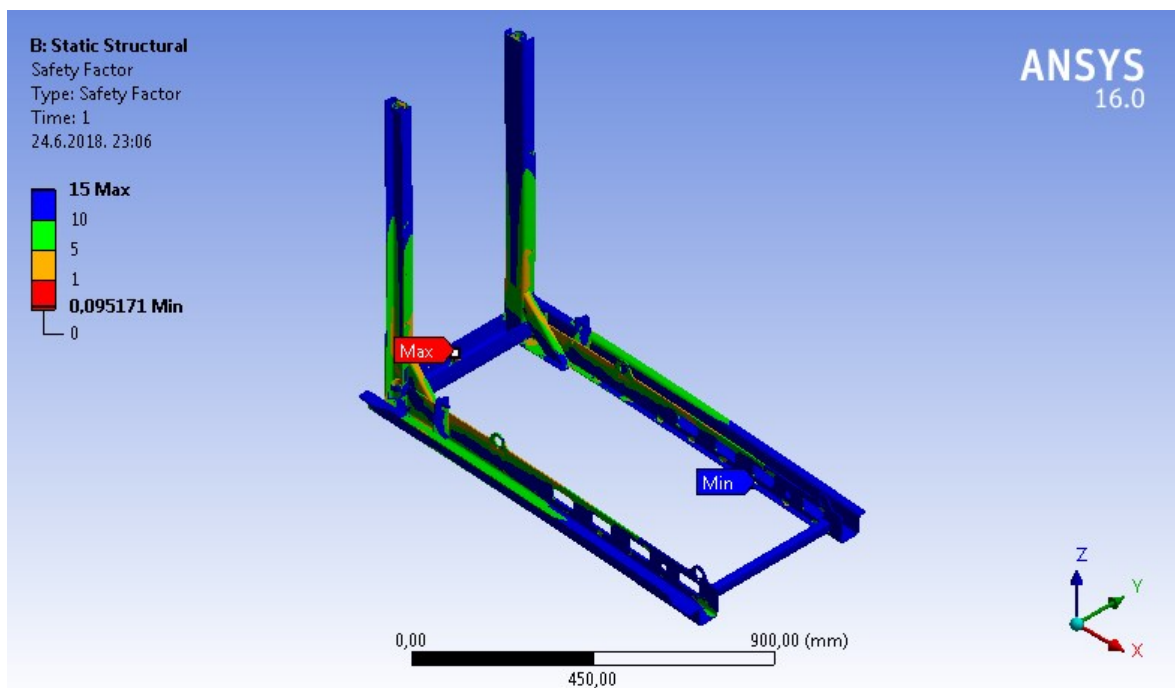
Slika 5.1 Stvarna normalna naprezanja podizne platforme u smjeru x osi

Slika 5.2 prikazuje stvarna smična naprezanja usporedna s ravninom osi yz uz navedene početne uvjete.



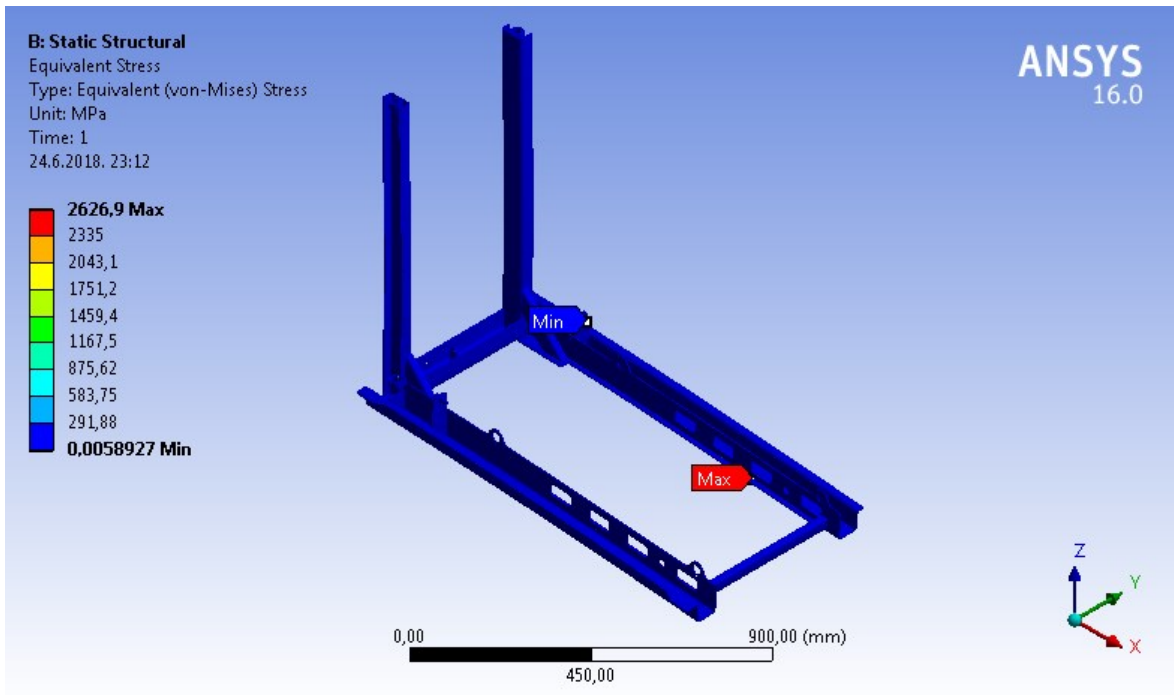
Slika 5.2 Stvarna smična naprezanja usporedna sa yz ravninom

Slika 5.3 prikazuje faktor sigurnosti naprezanja uz navedene početne uvjete.



Slika 5.3 Faktor sigurnosti stvarnih naprezanja

Slika 5.4 prikazuje relativna naprezanja uz navedene početne uvjete.



Slika 5.4 Stvarna ekvivalnetna napreznanja

6. ZAKLJUČAK

Rješavanjem zadatka završnog rada cilj je proširiti i upotrijebiti vlastito znanje i sposobnosti u odabranom području mehatronike radi spremnosti u rješavanju zadataka u primjeni što je znatno teže u odnosu na fakultetsku osnovu. Ovaj završni rad sadrži odgovore na postavljene zadatke a to su: opis podizne platforme, prikaze modeliranih dijelova i čitave podizne platforme, izračun sila u elementima na osnovu mase pumpe, izračune napreznja u promatranim (kritičnim) presjecima i slikovne prikaze rezultata provjere napreznja korištenjem računalnog programa. Određivanjem statičkog opterećenja se postavlja orijentir za provjeru napreznja. Osnova za provjeru napreznja u promatranim presjecima su znanje iz matematike, mehanike, tehničkih materijala, elemenata precizne mehanike, kritičko razmišljanje o smislu pojedinih dijelova sklopa i iskustvo. Korištenjem računalnog programa za provjeru napreznja se prikazuje cjelokupna slika napreznja čitavog sklopa. Ograničenja dobivenih rezultata su primjena u isključivo u statičkim uvjetima bez dinamičkih, toplinskih, električnih, kemijskih opterećenja, itd. Područja moguće primjene dobivenih rezultata su razvoj istog proizvoda sekundarnim konstruiranjem, brže i točnije uočavanje nedostataka na sličnim konstrukcijama ili strojevima.

7. LITERATURA

- [1] <https://www.ziegler.de/de/produkte/normfahrzeuge/loeschfahrzeuge/mlf> (23. svibanj 2018.)
- [2] Doneski B., Doneski D. Mapa: TS8-Lift s automatskim izvlačenjem i podizanjem. Daruvar: Kobid, 2016.
- [3] Golubić S., Kladarić I. Tehnički materijali: predavanja. Bjelovar: Visoka tehnička škola u Bjelovaru; 2013.
- [4] Golubić S. Elementi precizne mehanike: predavanja. Bjelovar: Visoka tehnička škola u Bjelovaru; 2016.
- [5] https://www.ziegler.de/mediadatabase/produkte/produkte_pumpen_broschueren/up4-en.pdf (7. ožujka 2018.)
- [6] Kraut B. Krautov strojarski priručnik. 11. izdanje. Zagreb: Sajema; 2009.
- [7] Prof. Dr.-Ing. Meerkman H. und seinem Team. Schaeffler Technisches Taschenbuch. 3. Auflage. Herzogenaurach: Schaeffler; 2017.
- [8] Bronštejn I. N. i suradnici. Matematički priručnik. Četvrto izdanje. Zagreb: Golden marketing–Tehnička knjiga; 2004.
- [9] Böge A. (Hrsg.) und Mitarbeiter. Handbuch Maschinenbau. 20. Auflage. München: Siemens; 2011.

8. OZNAKE I KRATICE

EPP – zavarivanje taljenjem pod zaštitnim praškom

HRN – Hrvatska Norma

JVP – Javna vatrogasna postrojba

MAG – zavarivanje taljenjem pod zaštitom aktivnog plina (*eng. Metal-Active-Gas*)

MIG – zavarivanje taljenjem pod zaštitom inertnog plina (*eng. Metal-Inert-Gas*)

REL – ručno elektrolučno zavarivanje taljivom elektrodom

VUB – Veleučilište u Bjelovaru

WIG – zavarivanje taljenjem volframovom elektrodom pod zaštitom inertnog plina (*eng. Wolfram-Inert-Gas*)

9. SAŽETAK

Naslov: Kontrolni proračun podizne platforme

Završni rad pod nazivom Kontrolni proračun podizne platforme temelji se na tehničkoj dokumentaciji iz tvrtke Kobid d.o.o i stručnog posjeta JVP Grada Daruvara. Završni rad se tematski nalazi u području statički opterećenih konstrukcija sa primjenom u razvoju vatrogasne opreme. Rad otvoreno prikazuje središte primjene podizne platforme, razradu kontrolnog proračuna podizne platforme u malim koracima od početka do kraja uz što manje ponavljanja, provjeru naprezanja korištenjem računalnog programa i širi pogled na smisao završnog rada u cjelini.

Ključne riječi: konstrukcija, kontrolni proračun, podizna platforma, vatrogasna oprema.

10. ABSTRACT

Title: Lifting platform control calculation

Final work titled Lifting platform control calculation is based on technical documentation from company Kobid d.o.o and professional visit to Public Fire Brigade of Daruvar Town. Final work is thematically placed in the area of statically loaded metal constructions with appliance in development of fire distinguishing equipment. Final work openly displays the centre of appliance of lifting platform, elaboration of lifting platform control calculation with baby steps from beginning to the end with minimal repetition, computer program based stress check and wide view on meaning of this final work as whole.

Keywords: metal construction, control calculation, lifting platform, fire distinguishing equipment.

11. Popis slika

- Slika 2.1 Vatrogasni kamion s rasklopivim ljestvama i vlastitim spremnikom vode
- Slika 2.2 Vatrogasna pumpa ugrađena u stražnji dio kamiona
- Slika 2.3 Vatrogasni kamion IVECO DAILY 70C 17D PIAS 4x4 [1]
- Slika 2.4 Prenosiva vatrogasna pumpa ULTRA POWER 4 u sastavu opreme kamiona [1]
- Slika 2.5 Pumpa i podizna platformom na tlu [2]
- Slika 2.6 Pumpa i podizna platforma na tlu [2]
- Slika 2.7 Dizalo s pumpom na podlozi za isprobavanje [2]
- Slika 2.8 Dizalo bez pumpe na stalku za isprobavanje [2]
- Slika 2.9 Foto realistični prikaz podizne platforme
- Slika 2.10 Konvencionalni dijagram statičkog vlačnog pokusa ($\sigma - \epsilon$ dijagram) [3]
- Slika 2.11 Ispitni uzorak prije i tijekom statičkog vlačnog pokusa [3]
- Slika 3.1 Položaj sila i momenta vezanih za statički proračun
- Slika 4.1 Nacrt vatrogasne pumpe ULTRA POWER 4 [5]
- Slika 4.2 Foto realistični prikaz desnog nosača
- Slika 4.3 Skica desnog nosača
- Slika 4.4 Kritični presjek desnog nosača i prosječna naprezanja
- Slika 4.5 Projekcije udaljenosti težišta isječka kružnog vijenca od središta
- Slika 4.6 Granice integriranja površina P1 i P7
- Slika 4.7 Lokalni koordinatni sustav presjeka P2
- Slika 4.8 Foto realistični prikaz desne tračnice u horizontalnom položaju
- Slika 4.9 Poprečni presjek desne tračnice i prosječna naprezanja
- Slika 4.10 Lokalni koordinatni sustav presjeka P1
- Slika 4.11 Foto realistični prikaz ukrućenja
- Slika 4.12 Skica ukrućenja
- Slika 4.13 Područja momenta tromosti pravokutnika P1 i P3
- Slika 4.14 Područje integracije isječka vijenca elipse
- Slika 4.15 Foto realistični prikaz držača
- Slika 4.16 Skica i kritični presjek držača
- Slika 4.17 Foto realistični prikaz zadnje grede
- Slika 4.18 Smještaja zadnje grede u podiznoj platformi
- Slika 4.19 Skica i kritični presjek zadnje grede
- Slika 4.20 Prosječna naprezanja zadnje grede
- Slika 4.21 Foto realistični prikaz svornjaka
- Slika 4.22 Skica i kritični presjek svornjaka
- Slika 4.23 Dijagram prosječnih naprezanja u presjeku svornjaka
- Slika 4.24 Foto realistični prikaz držača svornjaka
- Slika 4.25 Držači svornjaka u podiznoj platformi
- Slika 4.26 Skica i kritični presjek držača svornjaka
- Slika 4.27 Dijagram prosječnih naprezanja u presjeku držača svornjaka
- Slika 4.28 Foto realistični prikaz prednje grede
- Slika 4.29 Prednja greda u platformi
- Slika 4.30 Skica prednje grede
- Slika 4.31 Kritični presjek prednje grede
- Slika 4.32 Foto realistični prikaz pojačanja
- Slika 4.33 Pojačanje prednje grede u podiznoj platformi
- Slika 4.34 Skica i kritični presjek zadnje grede i pojačanja

Slika 4.35 Odsječak isječka kružnog vijenca
Slika 4.36 Pitagorin poučak u granicama integrala
Slika 4.37 Foto realistični prikaz svornjaka zabrave
Slika 4.38 Slikovni prikaz uloge svornjaka zabrave
Slika 4.39 Skica i kritični presjek svornjaka zabrave
Slika 4.40 Foto realistični prikaz graničnika
Slika 4.41 Slikovni prikaz graničnika na vodilici
Slika 4.42 Skica, presjek i naprezanja graničnika na vodilici
Slika 4.43 Mjesto zavora desnog nosača
Slika 4.44 Skica zavora desnog nosača
Slika 4.45 Mjesto zavora desne tračnice
Slika 4.46 Skica zavora desne tračnice
Slika 4.47 Mjesto zavora držača svornjaka
Slika 4.48 Skica zavora držača svornjaka
Slika 4.49 Mjesto zavora desnog ukrućenja
Slika 4.50 Skica zavora ukrućenja
Slika 4.51 Mjesto zavora držača
Slika 4.52 Skica zavora držača
Slika 4.53 Uloga zavora pojačanja zadnje grede
Slika 4.54 Mjesto zavora pojačanja
Slika 4.55 Skica zavora pojačanja
Slika 4.56 Mjesto zavora prednje grede na lijevoj strani
Slika 4.57 Skica lijevog zavora prednje grede
Slika 4.58 Mjesto zavora gornjeg nosača desne vodilice
Slika 4.59 Skica zavora nosača vodilice
Slika 5.1 Stvarna normalna naprezanja podizne platforme u smjeru x osi
Slika 5.2 Stvarna smična naprezanja usporedna sa yz ravninom
Slika 5.3 Faktor sigurnosti stvarnih naprezanja
Slika 5.4 Stvarna ekvivalentna naprezanja

12. Popis tablica

Tablica 2.1 Dopuštena naprezanja materijala [4]	9
Tablica 4.1 površine i koordinate težišta presjeka desnog nosača	15
Tablica 4.2 Površine i koordinate težišta desne tračnice	23
Tablica 4.3 Površine i koordinate težišta presjeka prednje grede	41
Tablica 4.4 Površine i koordinate težišta presjeka zadnje grede i pojačanja.....	53
Tablica 4.5 Površine i koordinate zavara desnog nosača	60
Tablica 4.6 Površine i koordinate težišta zavara desne tračnice	62
Tablica 4.7 Površine i koordinate težišta presjeka zavara ukrućenja	66
Tablica 4.8 Iznosi površina i koordinata težišta površina	72
Tablica 4.9 Provjera prosječnih naprezanja na vlak u promatranom presjeku.....	75
Tablica 4.10 Provjera prosječnih naprezanja na tlak u promatranom presjeku.....	75
Tablica 4.11 Provjera prosječnih naprezanja savijanja u promatranim presjecima	76
Tablica 4.12 Provjera prosječnih naprezanja savijanja zavara	76
Tablica 4.13 Provjera prosječnog naprezanja uvijanja u promatranom presjeku.....	77
Tablica 4.14 Provjera prosječnih smičnih naprezanja zavara.....	77

IZJAVA O AUTORSTVU ZAVRŠNOG RADA

Pod punom odgovornošću izjavljujem da sam ovaj rad izradio/la samostalno, poštujući načela akademske čestitosti, pravila struke te pravila i norme standardnog hrvatskog jezika. Rad je moje autorsko djelo i svi su preuzeti citati i parafraze u njemu primjereno označeni.

Mjesto i datum	Ime i prezime studenta/ice	Potpis studenta/ice
U Bjelovaru, <u>5. srpnja 2018.</u>	Kristijan Fines	Kristijan Fines

Prema Odluci Veleučilišta u Bjelovaru, a u skladu sa Zakonom o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju, elektroničke inačice završnih radova studenata Veleučilišta u Bjelovaru bit će pohranjene i javno dostupne u internetskoj bazi Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu. Ukoliko ste suglasni da tekst Vašeg završnog rada u cijelosti bude javno objavljen, molimo Vas da to potvrdite potpisom.

Suglasnost za objavljivanje elektroničke inačice završnog rada u javno dostupnom nacionalnom repozitoriju

Kristijan Fires

ime i prezime studenta/ice

Dajem suglasnost da se radi promicanja otvorenog i slobodnog pristupa znanju i informacijama cjeloviti tekst mojeg završnog rada pohrani u repozitorij Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu i time učini javno dostupnim.

Svojim potpisom potvrđujem istovjetnost tiskane i elektroničke inačice završnog rada.

U Bjelovaru, 5. srpnja 2018.

Kristijan Fires

potpis studenta/ice